

Условие

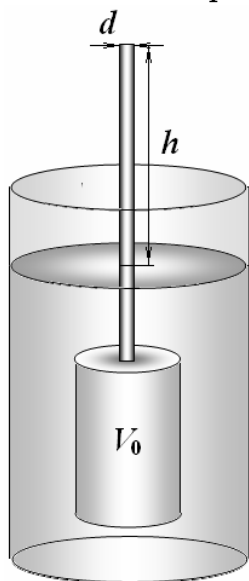
Задание 1. Поплавок

Приборы и оборудование: Пузырек аптекарский, трубка для коктейля, соль, ложка чайная одноразовая, мензурка, стаканчик одноразовый, штангенциркуль, вода чистая, жидкость X (0,5 литра – она не ядовитая, но и не вкусная).

В данной работе вам необходимо изготовить прибор для измерения плотности жидкости (ареометра) и провести измерения зависимости плотности смеси жидкостей от ее концентрации.

Ареометр представляет собой цилиндрический сосуд (аптекарская мензурка) с солью внутри и тонкой трубкой, вертикально вставленной в его крышку.

Часть 1. Теоретическая.



*Экспериментально удобнее измерять длину части трубки, находящейся над поверхностью жидкости h .**

1.1 Запишите уравнение, связывающую объем пузырька V_0 , его массу m , диаметр трубки d , длину трубки l , длину части трубки, находящейся над поверхностью жидкости h и плотность исследуемой жидкости ρ .

1.2 Вам известна плотность (в данном случае чистой воды $\rho_0 = 1,00 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$), длина части трубки над поверхностью жидкости h_0 . В исследуемой жидкости измеренная длина свободной части трубки увеличилась на величину Δh . Получите формулу, позволяющую рассчитать плотность этой жидкости. Считайте, что плотность исследуемой жидкости отличается на малую величину $\Delta \rho$, кроме того, изменение объема погруженной части трубки можно считать значительно меньшим, чем объем пузырька.

Часть 2. Конструкторская.

2.1 Экспериментально подберите такое количество соли внутри пузырька, что бы в чистой воде глубина погружения ареометра была максимальна (но пузырек еще не утонул), а в жидкости X минимальна (но поддающаяся измерению). Нанесите деления (лучше через 0,5 см) на трубку. Укажите пределы глубины погружения, которые вам удалось добиться.

2.2 Измерьте плотность жидкости X . Укажите результаты всех измерений, которые Вам пришлось провести, чтобы определить плотность жидкости X .

Часть 3. Исследовательская.

Вам необходимо исследовать зависимость плотности раствора жидкости X в воде. Исполь-

зуйте следующее определение концентрации раствора

$$c_X = \frac{V_X}{V_X + V_{\text{воды}}} \quad (1)$$

где V_x - объем жидкости X , $V_{\text{воды}}$ - объем чистой воды, налитые при приготовлении смеси. Согласно этому определению концентрация чистой воды равна 0, а концентрация жидкости X равна 1.

Для приготовления растворов известной концентрации рекомендуем использовать следующую методику. Удобно использовать порции жидкости постоянного объема (для этого используйте выданный вам одноразовый пластиковый стаканчик). - Залейте в мензурку 10 порций чистой воды. Получите смесь концентрации 0. Проведите необходимые Вам измерения. - Отлейте из мензурки одну порцию и залейте одну порцию жидкости X , проведите измерения; - отлейте из мензурки одну порцию имеющейся смеси и опять добавьте Одну порцию жидкости X , - повторите эту процедуру 10 раз. Покажите, что расчет концентраций смеси после k переливаний можно проводить последовательно по формуле

$$c_{Xk} = c_{Xk-1} + \frac{1 - c_{Xk-1}}{10}. \quad (2)$$

Теперь повторите описанную процедуру, но сначала залейте в мензурку 10 порций жидкости X , после этого отливайте одну порцию смеси, а добавляйте одну порцию чистой воды. Получите формулу, описывающую изменение концентрации смеси в этом случае.

3.1 Проведите измерения зависимости длины трубки над жидкостью h от концентрации смеси.

3.2 Постройте график полученной зависимости изменения плотности смеси от его концентрации.

3.3 Получите формулу, описывающую полученную зависимость. Удовлетворяют ли Ваши экспериментальные данные этой теоретической зависимости?

Решение

Задание 1. Поплавок.

1.1 Сила тяжести, действующая на ареометр, уравновешивается силой Архимеда

$$mg = \rho g \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4} (l - h) \right). \quad (1)$$

1.2 Так как масса ареометра не изменяется, то при изменении плотности жидкости выполняется соотношение

$$\rho_0 g \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4} (l - h_0) \right) = (\rho_0 + \Delta \rho) \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4} (l - h_0) - \frac{\pi d^2}{4} \Delta h \right). \quad (2)$$

Раскроем скобки в правой части этого уравнения

$$\rho_0 \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4} (l - h_0) \right) = \rho_0 \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4} (l - h_0) \right) - \rho_0 \frac{\pi d^2}{4} \Delta h + \Delta \rho \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4} (l - h_0) \right) - \Delta \rho \frac{\pi d^2}{4} \Delta h$$

Последним слагаемым можно пренебречь из-за его малости, поэтому формула для расчета изменения плотности имеет вид

$$\Delta\rho = \rho_0 \frac{\pi d^2}{4V_1} \Delta h, \quad (3)$$

где обозначено $V_1 = \left(V_0 + \frac{\pi d^2}{4}(l - h_0)\right)$ - объем погруженной части ареометра в воде, который легко измерить с помощью мензурки.

2.1 Глубина погружения изменяется примерно на 11-12 см.

2.2 Для определения плотности жидкости X можно использовать формулу (3). Измерения параметров ареометра дают следующие значения

$$\begin{aligned} d &= (4,50 \pm 0,05)\text{мм} \\ V_1 &= (25 \pm 1)\text{см}^3 \\ \Delta h &= (11,0 \pm 0,25)\text{см} \end{aligned}$$

Плотность жидкости X

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \left(1 + \frac{\pi d^2}{4V_1} \Delta h\right) = 1,00 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \left(1 + \frac{3,14 \cdot 0,45^2}{4 \cdot 25} \cdot 11\right) = 1,070 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \\ \delta(\Delta\rho) &= \Delta\rho \sqrt{\left(2\frac{\delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_1}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\Delta h)}{\Delta h}\right)^2} = 0,004 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \end{aligned}$$

3. При отливании смеси в мензурке остается $9c_{Xk-1}$ порций жидкости X, добавляется еще одна порция смеси, поэтому концентрация нового раствора оказывается равной

$$c_{Xk} = \frac{9c_{Xk-1} + 1}{10} = c_{Xk-1} + \frac{1 - c_{Xk-1}}{10}. \quad (4)$$

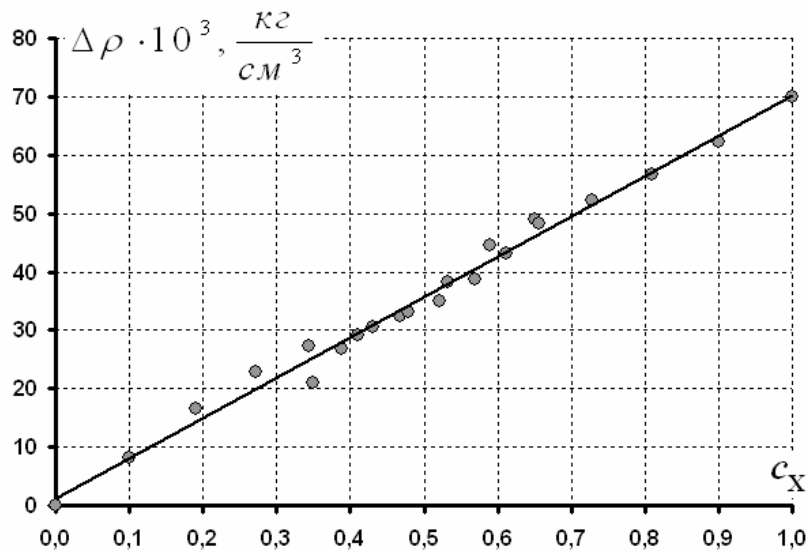
При добавлении воды концентрации пересчитываются по формуле

$$c_{Xk} = \frac{9c_{Xk-1}}{10}. \quad (5)$$

3.1 Результаты измерений и расчетов изменения плотности смеси приведены в таблице 1. График полученной зависимости показан на рис. 1.

Таблица 1.

c_x	$\Delta h, \text{ см}$	$\Delta \rho \cdot 10^3, \frac{\text{кг}}{\text{см}^3}$
0,000	0,0	0,00
0,100	1,3	8,27
0,190	2,6	16,54
0,271	3,6	22,90
0,344	4,3	27,35
0,410	4,6	29,26
0,469	5,1	32,44
0,522	5,5	34,98
0,570	6,1	38,80
0,613	6,8	43,25
0,651	7,7	48,97
1,000	11,0	69,96
0,900	9,8	62,33
0,810	8,9	56,60
0,729	8,2	52,15
0,656	7,6	48,34
0,590	7,0	44,52
0,531	6,0	38,16
0,478	5,2	33,07
0,430	4,8	30,53
0,387	4,2	26,71
0,349	3,3	20,99



Получена линейная зависимость, которая теоретически должна описываться функцией

$$\rho = \rho_0(1 - c_x) + \rho_x c_x = \rho_0 + c_x(\rho_x - \rho_0). \quad (6)$$

Экспериментальные вполне соответствуют этой теоретической зависимости.