

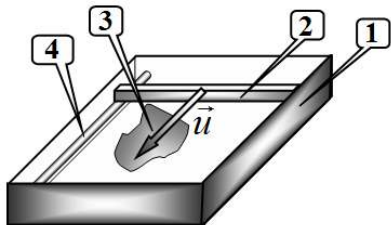
Условие

Задача 2. Сканер-стробоскоп¹.

К этой задаче вам выдан отдельный лист-вкладыш с фотографиями. Стрелками на рисунках указано направление движения считывающей каретки. Будьте внимательны – изображения имеют разный масштаб. На некоторые из них нанесена сетка для облегчения вашей работы. Цена деления сетки – 5,0 мм.

Свои графические построения (если они вам понадобятся) проводите непосредственно на этом листе. Описание последовательности построения, комментарии к ним, требуемые графики и окончательные выводы приводите в своей рабочей тетради!

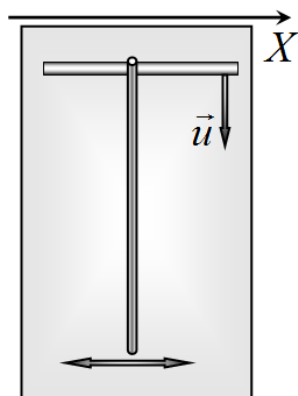
Не забудьте вложить лист-вкладыш в свою тетрадь!



Принцип работы сканера известен (см. рис): в прямоугольном корпусе 1 по направляющим 4 с постоянной скоростью движется считывающая каретка 2, которая освещает узкой полоской света находящуюся сверху рабочую прозрачную поверхность, на которой находится сканируемый объект 3. Получаемое при этом изображение заносится в память компьютера. А если сканируемый объект движется? В этом случае части (узкие освещаемые полосы) будут зафиксированы в тот момент, когда под ними проходит считывающая каретка, соответственно изображение объекта будет искажено. Однако эти искаженные изображения можно использовать для изучения законов движения тел, перемещающихся вблизи рабочей поверхности сканера.

Часть 1. Часы.

На рис. 1 листа-вкладыша приведена фотография часов с движущейся секундной стрелкой, полученная с помощью сканера. Справа – изображение неподвижной линейки. – Укажите на рисунке направление движения считывающей каретки. – Кратко объясните, почему секундная стрелка оказалась изломанной. – Определите скорость движения каретки сканера.



Часть 2. Поступательное колебание стержня.

Тяжелый металлический стержень, подвешенный на длинных нитях, колеблется поступательно (то есть без вращения) вблизи рабочей поверхности сканера (см. рис). Направление колебаний стержня перпендикулярно направлению движения каретки. Положение стержня определяется координатой x , ось которой показана на рисунке.

На рис. 2 на листе-вкладыше показан получившаяся фотография колеблющегося стержня. На этом же рисунке – полоска миллиметровой бумаги.

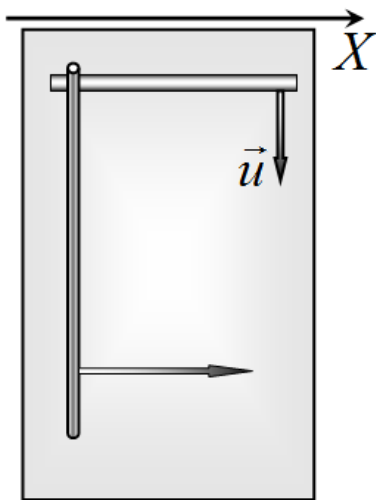
2.1 Постройте график закона движения стержня $x(t)$. Для этого можете использовать сам рисунок – просто нанесите и оцифруйте на нем нужные оси.

2.2 Определите период колебаний стержня с максимально возможной точностью.

1 1

Сканер слегка наклонили и положили на его рабочую поверхность круглый стержень. Стержень скатывается в направлении, перпендикулярном направлению движения каретки. На рис. 3 листа-вкладыша приведена фотография скатывающегося стержня.

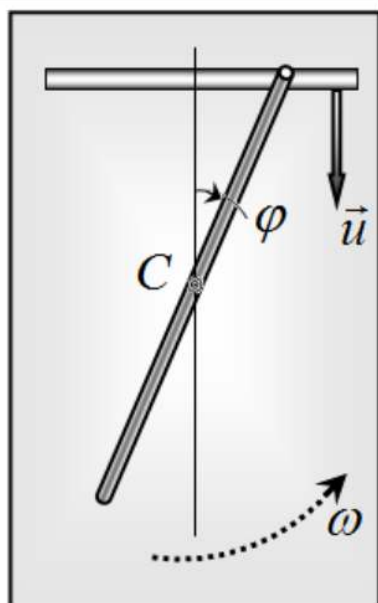
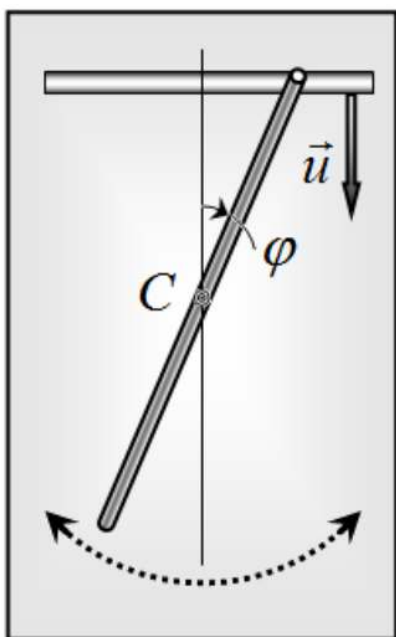
3.1 Укажите на этом рисунке направление движения стержня. 3.2 Покажите, что движение стержня можно считать равноускоренным. 3.3 Найдите ускорение стержня.



Часть 4. Крутильные колебания стержня.

Стержень подвешен на двух нитях и совершает крутильные колебания. На рис. 4 листа-вкладыша приведена фотография такого движения стержня. Из-за несовершенства эксперимента ось вращения немного перемещается в процессе колебаний.

4.1 Определите графически и укажите на рис. 4 область в которой может находиться ось вращения стержня C . 4.2 Определите угловую амплитуду колебаний стержня. 4.3 Определите период крутильных колебаний.



Часть 5. Вращение стержня.

Стержень вращается вокруг неподвижной вертикальной оси C над рабочей поверхностью сканера. Фотография движения приведена на рис. 5 листа-вкладыша.

5.1 Определите графически положение оси вращения стержня C . Укажите, в какую сторону вращается стержень. 5.2 Определите среднюю угловую скорость вращения стержня ω с максимально возможной точностью.

На рис. 6. листа-вкладыша показана фотография вращения стержня с большей угловой скоростью.

5.3 Определите по этой фотографии угловую скорость вращения стержня в этом случае.

Решение

Задача 2. Сканер-стробоскоп

Часть 1. Часы

Направление движения каретки сканера указано на рис.1. Секундная стрелка на часах движется «рывками», поэтому при сканировании изображение стрелки получается изломанным.

Как видно из рисунка, за одну секунду каретка сканера перемещается на 30 мм, т. е. скорость каретки равна:

$$v_K = 30 \text{ мм/с} \quad (1)$$

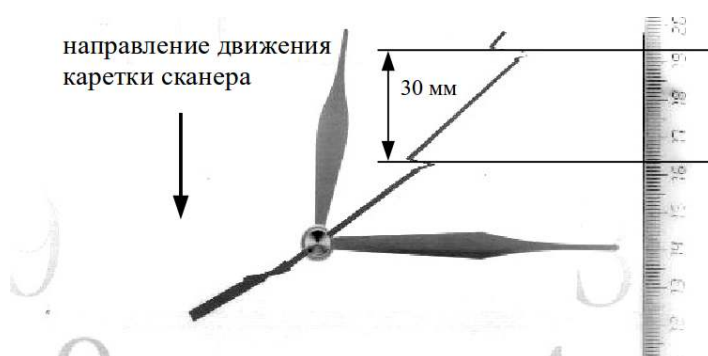


Рис. 1

Часть 2. Поступательное колебание стержня

График зависимости $x(t)$ представлен на рис.2. Период колебаний равен:

$$T = 4,1 \text{ с} / 3 = 1,37 \text{ с} \quad (2)$$

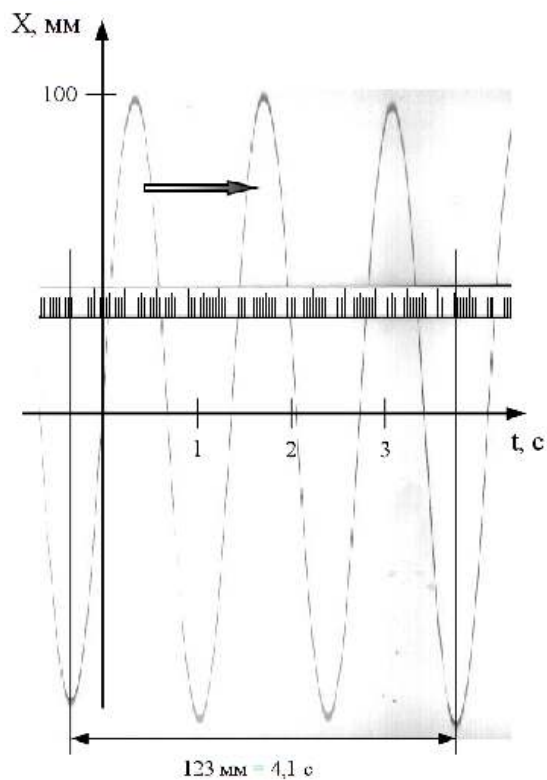


Рис. 2

Часть 3. Скатывание стержня

Стержень движется вдоль оси X (рис.3). На рисунке приведены значения координаты стержня (в клетках) в различные моменты времени (тоже в клетках). Если движение равноускоренное, то $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, тогда $\frac{x}{t} = v_0 + \frac{a}{2}t$, т. е. зависимость $\frac{x}{t}(t)$ должна быть линейной.

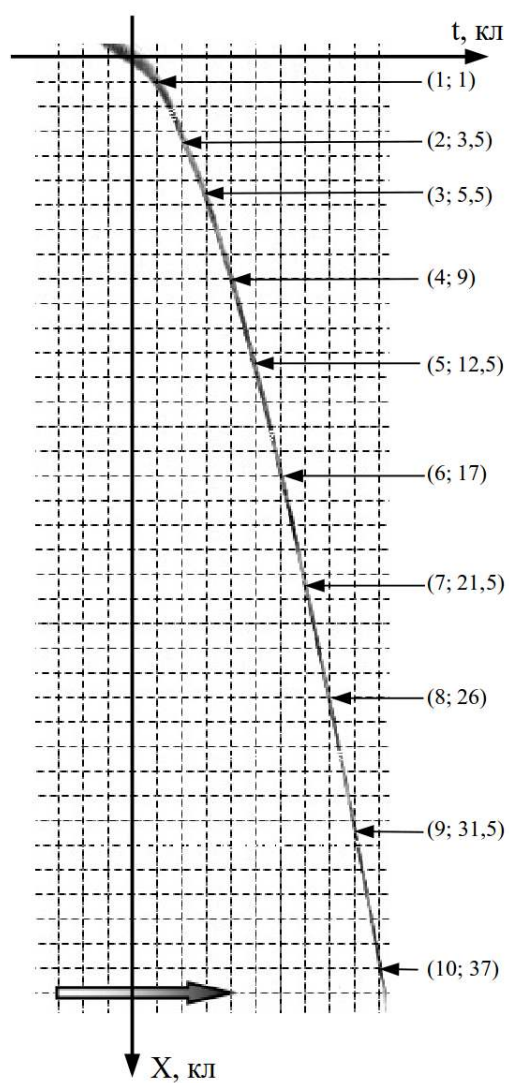


Рис.3

На рис. 4 приведен график зависимости $\frac{x}{t}(t)$. Видим, что за исключением первых двух точек, зависимость линейная с наклоном $k = 0,26 \text{ кл}^{-1}$. Т. к. одна клетка равна 5 мм, а каретка сканера проходит расстояние в одну клетку за 1/6 секунды, то ускорение стержня равно:

$$a = 2k \frac{5 \text{ мм}}{(1/6 \text{ с})^2} = 94 \text{ мм/с}^2. \quad (3)$$

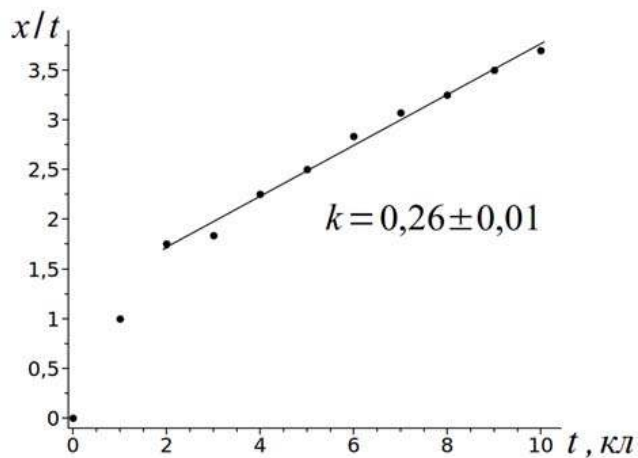


Рис. 4

Часть 4. Крутильные колебания стержня

Обозначенные на рис. 5 точки отсканированы в момент наибольшего отклонения стержня. Точки А, В и С в идеальном случае должны лежать на одной прямой, как и точки D, Е и F. Ось вращения совершает незначительные колебания в области, ограниченной прямыми АВ, АС, FD и FE. Из-за движения оси невозможно с большой точностью определить амплитуду колебания. На рисунке приведены значения двух углов. Амплитуда колебаний составляет:

$$\varphi_{\text{MAX}} = 40^\circ \pm 5^\circ. \quad (4)$$

За время, в течение которого каретка проезжает 145 мм, стержень совершает 2,5 колебания, т. е. период колебаний равен:

$$T = \frac{145/30}{2,5} = 1,9 \text{ с}. \quad (5)$$

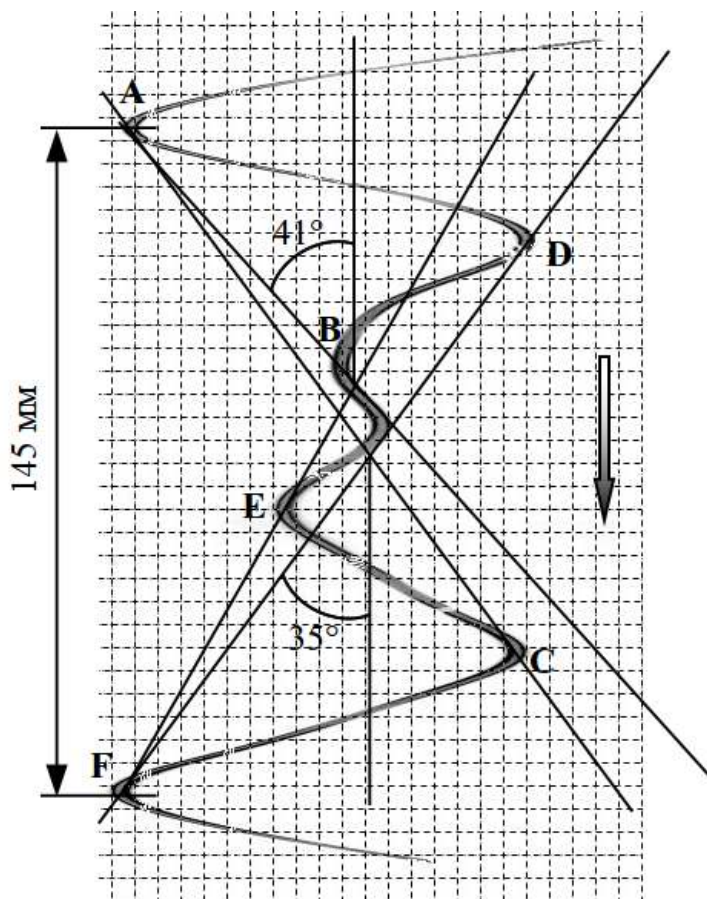


Рис. 5

Часть 5. Вращение стержня

Стержень вращается по часовой стрелке. Точки А, В, D, Е лежат на окружности (рис. 6). Перпендикуляры, восстановленные из середин хорд АВ и DE, пересекаются в центре окружности С. За время, в течение которого каретка проезжает 165 мм, стержень совершает 1,5 оборота. Средняя угловая скорость равна:

$$\omega_1 = 1,5 \frac{2\pi}{165/30} = 1,71 \text{ рад/с.} \quad (6)$$

На рис. 7 представлена обработка фотографии стержня, вращающегося с большей угловой скоростью. Ось вращения определяется аналогично. Стержень совершает 3 оборота за время движения сканера от точки X до точки Y (175 мм). Угловая скорость вращения равна:

$$\omega_2 = 3 \frac{2\pi}{175/30} = 3,23 \text{ рад/с.} \quad (7)$$

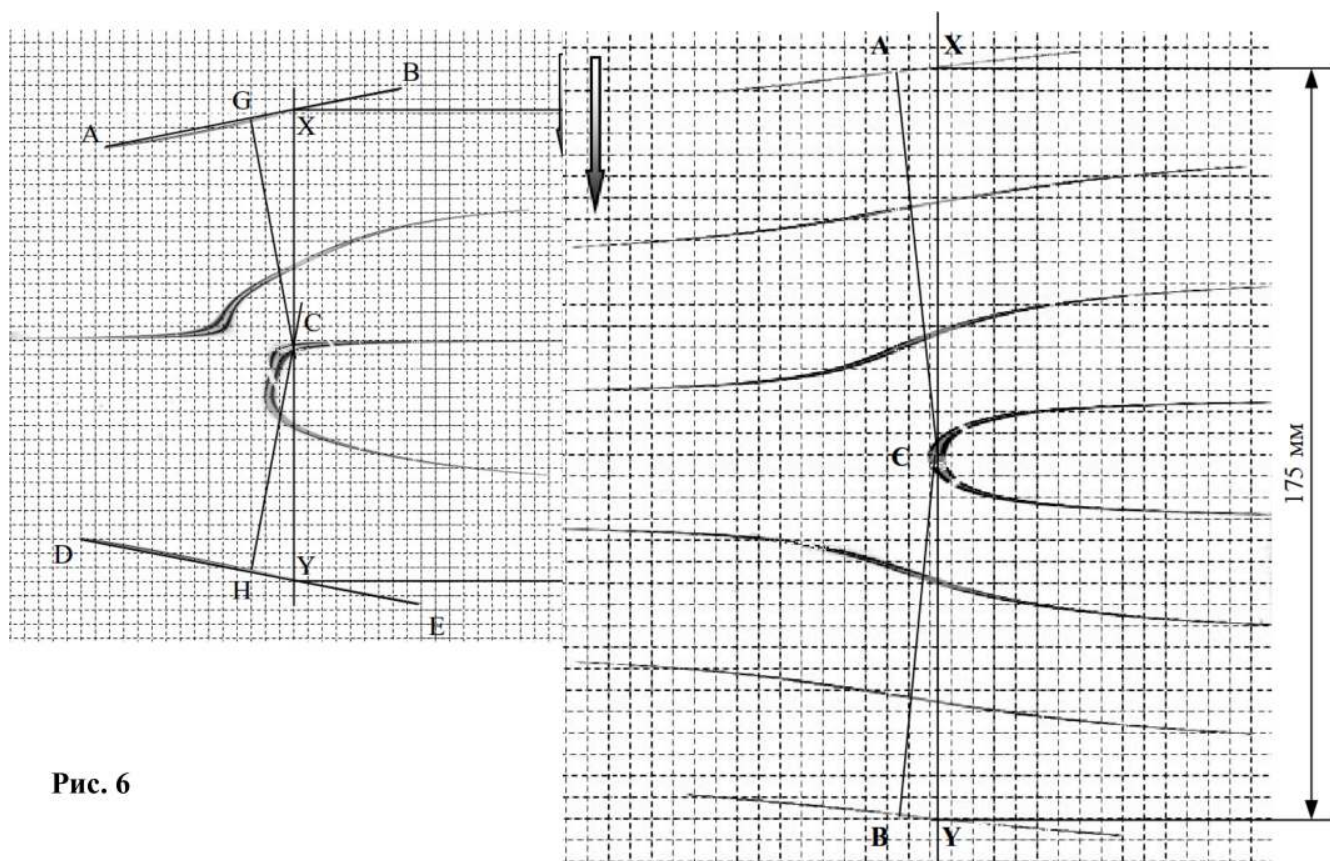


Рис. 6

¹ Нам хотелось сделать эту задачу экспериментальной, но мы не смогли обеспечить всех участников олимпиады персональными сканерами, компьютерами и принтерами. Все приведенные рисунки движущихся предметов получены нами в реальных экспериментах – пользуйтесь!