

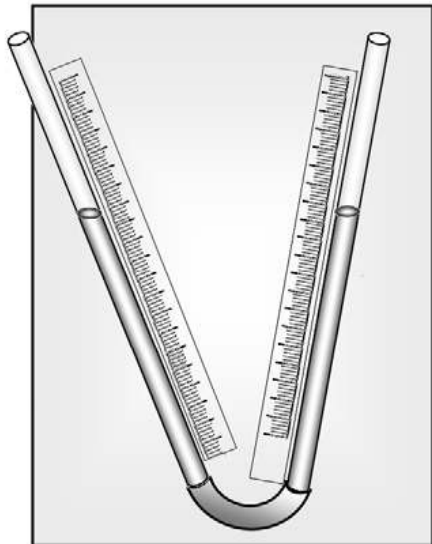
Вода и масло

Условие

Задача 9-1. «Вода и масло»

Приборы и оборудование: две собранные установки, описание которых дано ниже; Масло подсолнечное, вода, 2 шприца, стаканчики одноразовые, секундомер.

Плотность воды считать равной $\rho_0 = 1,00 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.



Часть 1. Сообщающиеся сосуды.

Эта часть работы выполняется на установке, показанной на рис. 1.

Две стеклянные трубки соединенные снизу резиновым шлангом закреплены на вертикально расположенном куске картона, рядом с трубками приклеены полоски миллиметровой бумаги. Трубки расположены под некоторыми различными углами к вертикали. Начала отсчета шкал также могут находиться не на одном уровне. С помощью шприцов (*один для масла, второй для воды!*) в трубки можно доливать воду и масло.

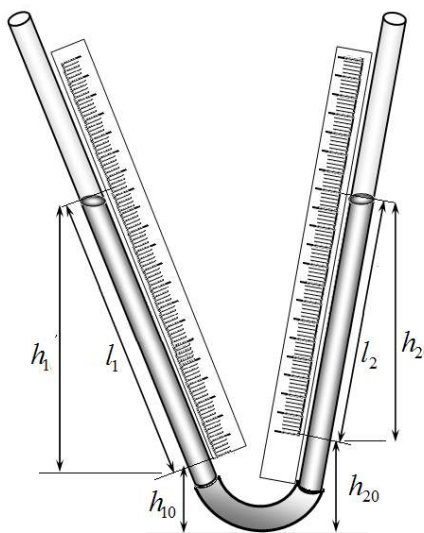
> Будьте аккуратны! Добавляйте воду и масло не спеша, постарайтесь поменьше его вылить на свою одежду! При необходимости вы можете слить жидкости из трубок, сняв всю установку со штатива!

Теоретическое описание.

Пусть в обеих трубках находится вода. Обозначим высоты начал отсчета обеих шкал h_{10}, h_{20} (они вам неизвестны, да и не нужны!). С помощью шкал (полосок миллиметровой бумаги) вы можете (и должны) измерять длины столбиков воды в трубках l_1, l_2 . Обозначим h_1, h_2 - высоты, измеренные по вертикали обоих столбиков. Очевидно, что

$$\begin{aligned} h_1 &= k_1 l_1 \\ h_2 &= k_2 l_2 \end{aligned} \tag{1}$$

где k_1, k_2 - некоторые постоянные коэффициенты (они вам не известны, но могут понадобиться!).

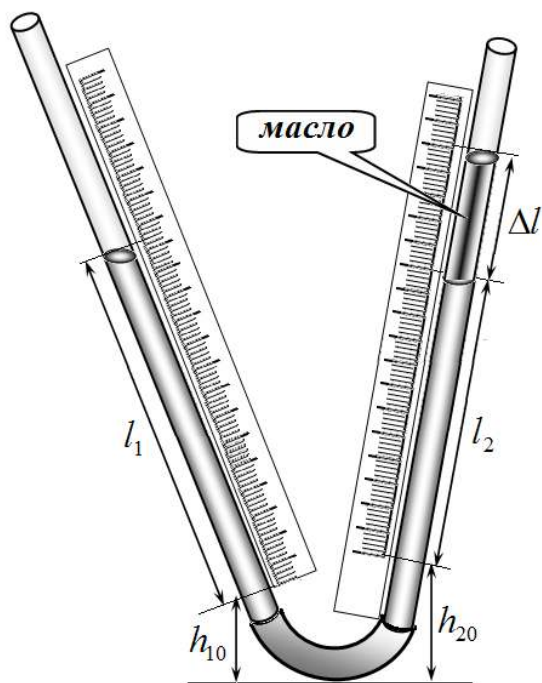


1.1 Запишите условия равновесия воды в трубке, выразите из него зависимость длины столба l_2 от длины столба l_1 - $l_2(l_1)$.

1.2 Медленно добавляя воду в трубки, проведите измерения длин столбиков в обеих трубках. По полученным данным постройте график зависимости $l_2(l_1)$.

1.3 С помощью построенного графика определите отношение коэффициентов $\frac{k_1}{k_2}$, которые входят в формулы (1).

Заполните трубки водой примерно наполовину. Теперь вам необходимо добавлять в одну из трубок подсолнечное масло. Во вторую трубку при необходимости можно добавлять воду. Но, прежде, чем вы начнете ...



Опять теоретическое описание.

Все прежние обозначения оставляем в силе и добавляем к ним Δl - длину столбика масла в трубке и ρ_1 - плотность масла.

1.4 Запишите условия равновесия жидкостей в этом случае. Получите уравнение, связывающее длины столбиков воды, масла и их плотности. Это уравнение можно привести к виду

$$al_1 + bl_2 = F(\Delta l), \quad (2)$$

где a, b - уже известные коэффициенты, $F(\Delta l)$ - некоторая простая функция от длины столбика масла. Получите уравнение вида (2), так как оно позволяет достаточно просто определить плотность масла по экспериментальным данным.

1.5 Постепенно добавляя масло в одну трубку, проведите измерения величин $l_1, l_2, \Delta l$.

1.6. Используя полученное уравнение (2) и экспериментальные данные определите плотность масла.

Решение

Задача 9-1. «Вода и масло»

Часть 1. Сообщающиеся сосуды.

1.1 В сообщающихся высоты уровней жидкости в обоих коленах в состоянии равновесия равны, поэтому должно выполняться условие

$$h_{10} + k_1 l_1 = h_{20} + k_2 l_2. \quad (1)$$

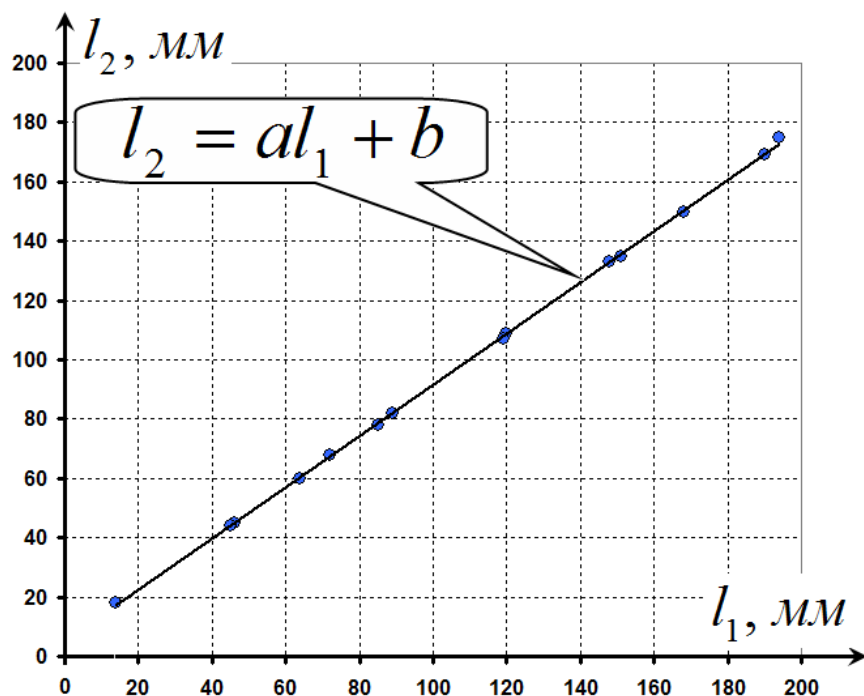
Из этого условия следует, что

$$l_2 = \frac{h_{10} - h_{20}}{k_2} + \frac{k_1}{k_2} l_1. \quad (2)$$

1.2 В таблице 1 приведены результаты измерений длин столбиков воды в обеих трубках (проведены две серии измерений и объединены). График полученной зависимости показан на рисунке.

Таблица 1.

l_1 , мм	l_2 , мм
14	18
46	45
72	68
89	82
120	109
148	133
194	175
45	44
64	60
85	78
119	107
151	135
168	150
190	169



Коэффициент наклона прямой, рассчитанный по методу наименьших квадратов¹, оказался равным

$$a = 0,865 \pm 0,08 \quad (2)$$

В соответствии с формулой (1) он равен отношению коэффициентов $\frac{k_1}{k_2}$. Это значение будет использовано в дальнейших расчетах.

— ¹ Для учащихся 9 классов использование МНК не обязательно, вполне достаточно провести графическую обработку результатов.

1.4 В состоянии равновесия суммарные давления жидкостей на нижнем уровне трубок будут равны, что выражается уравнением

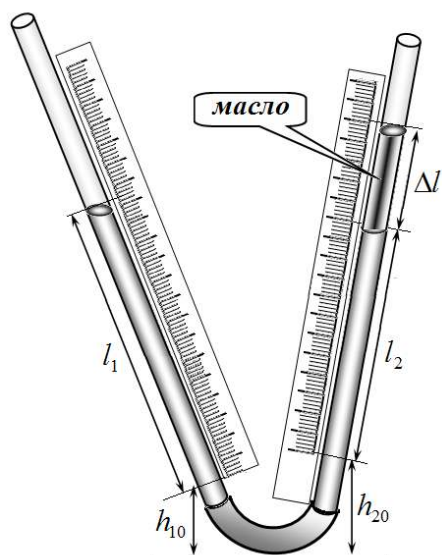
$$\rho_0 (h_{10} + k_1 l_1) = \rho_0 (h_{20} + k_2 l_2) + k_2 \rho_1 \Delta l, \quad (3)$$

здесь Δl - длина столбика масла. Это уравнение легко преобразуется к виду, указанному в условии, если обе его части разделить на $k_2 \rho_0$:

$$\rho_0 (h_{10} + k_1 l_1) = \rho_0 (h_{20} + k_2 l_2) + k_2 \rho_1 \Delta l \quad \Rightarrow$$

$$\frac{k_1}{k_2} l_1 - l_2 = \frac{\rho_1}{\rho_0} \Delta l + \frac{h_{20} - h_{10}}{k_2} \quad (4)$$

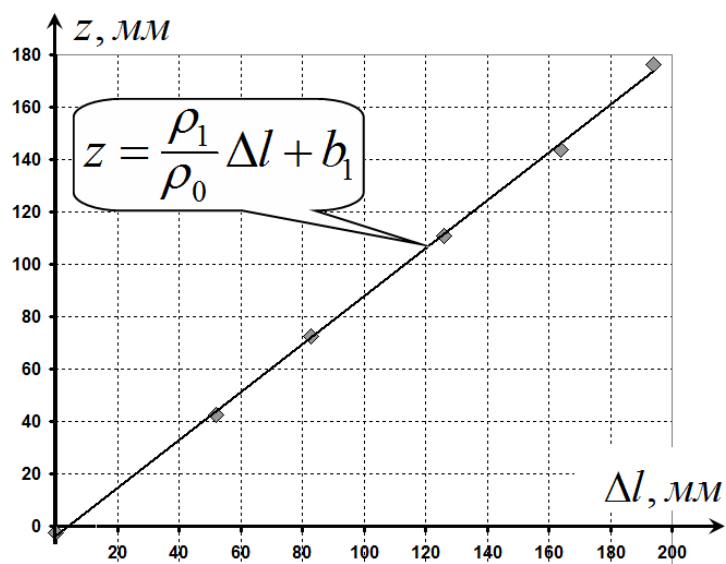
Теперь, если построить зависимость величины $z = \frac{k_1}{k_2} l_1 - l_2$



от высоты столбика масла Δl , то эта зависимость должна быть линейна, причем коэффициент наклона прямой равен отношению плотностей масла и воды. 1.5 Результаты проведенных измерений показаны в Таблице 2. График зависимости $z(\Delta l)$ показан на рисунке.

Таблица 2.

l_1 , мм	l_2 , мм	Δl , мм	z , мм
77	69	0	-2,40
100	44	52	42,50
115	27	83	72,48
135	6	126	110,78
150	-14	164	143,75
167	-32	194	176,46

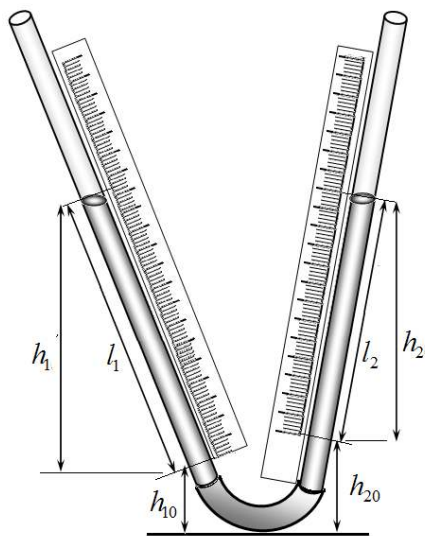


Коэффициент наклона данного графика (рассчитанный по МНК) равен

$$a_1 = \frac{\rho_1}{\rho_0} = 0,91 \pm 0,03 \quad (5)$$

Следовательно, плотность масла равна

$$\rho_1 = a_1 \rho_0 = (0,91 \pm 0,03) \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (6)$$



¹ Для учащихся 9 классов использование МНК не обязательно, вполне достаточно провести графическую обработку результатов.