

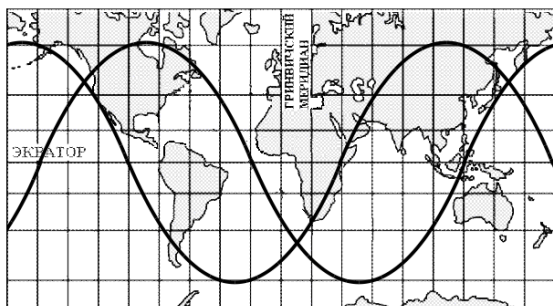
Условие

Задача 10.1 ЦУП

В детстве юный физик Федя хотел стать космонавтом. Немного повзрослев, он начал изучать физику и понял, что гораздо интереснее запускать космические корабли и спутники, чем самому летать на них. Узнав о таком увлечении Феде, его учитель физики организовал экскурсию в Центр управления полетами (ЦУП).

Фотографировать там было запрещено (информация о полетах - секретная), но очень хотелось. Благодаря современным технологиям Феде все-таки удалось сделать несколько снимков. Приехав домой, Федя обнаружил, что снимки получились в не очень хорошем качестве. Например, фотографии главного экрана, на котором отображались траектории полетов спутников, получились черно-белыми, а среди надписей были различимы только «экватор» и «гринвичский меридиан». Однако и такого материала было достаточно, чтобы поупражняться в вычислениях.

Примечание. На приведенных ниже рисунках одна клетка соответствует 20° вне зависимости от ее размеров. Рассматриваемые в задаче орбиты спутников являются круговыми.



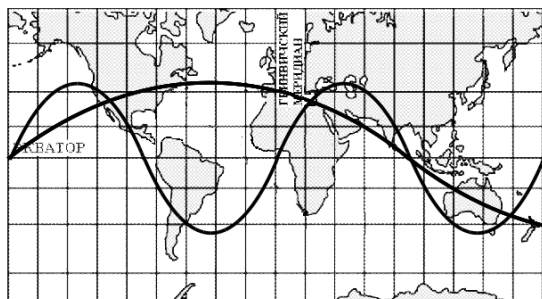
Часть 1

На рис. 1 приведена фотография экрана ЦУП, на котором отчетливо видна траектория движения спутника. Из рисунка, например, видно, что расстояние между двумя точками последовательного пересечения экватора (выраженное в градусах), равно 140° .

1.1 В какую сторону вращается спутник: том же направлении, что и Земля или в противоположном?

1.2 Определите период обращения спутника по орбите, радиус орбиты, угловую и линейную скорость движения по орбите.

1.3 Как будет изменяться расстояние между точками последовательного пересечения экватора при уменьшении радиуса орбиты этого спутника? Чему равно максимально возможное расстояние между этими точками? Ответ выразите в градусах.



Часть 2

На второй фотографии (рис. 2) изображены траектории полетов двух спутников связи. Федя вспомнил (из рассказов главного инженера), что спутники одновременно пересекают линию

экватора.

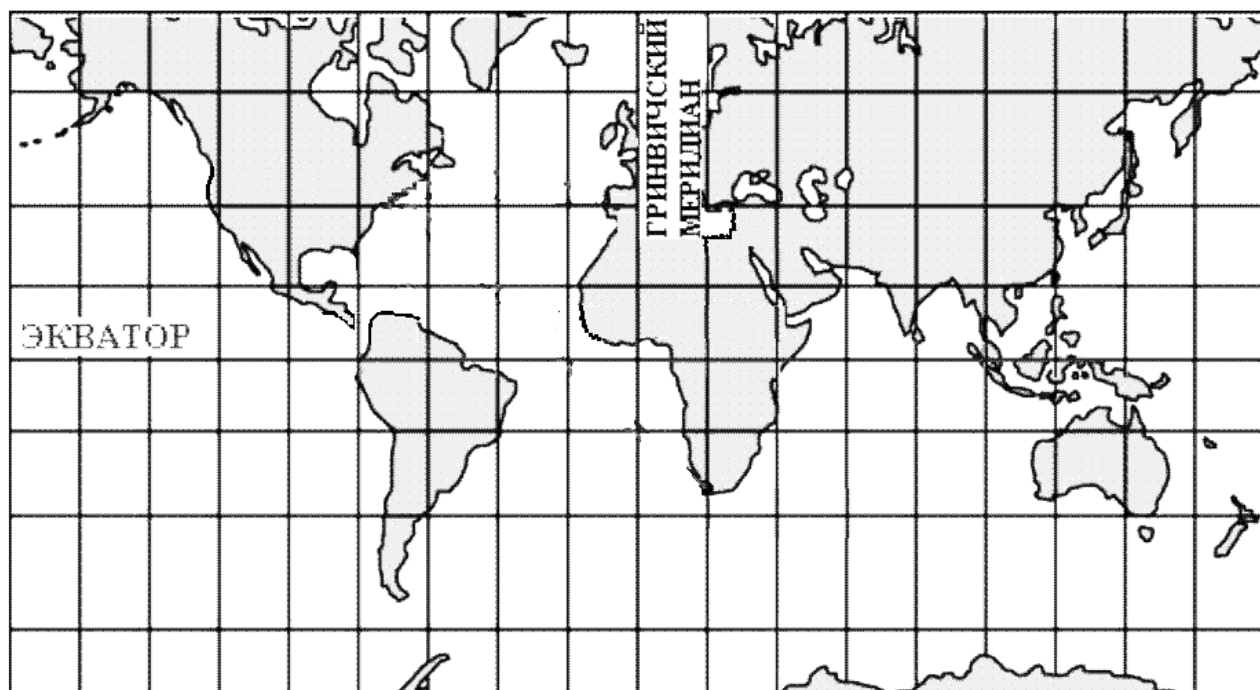
2.1 Определите радиусы орбит этих спутников и периоды обращения по орбитам. Спутники обмениваются информацией не только с наземными пунктами, но и друг с другом.

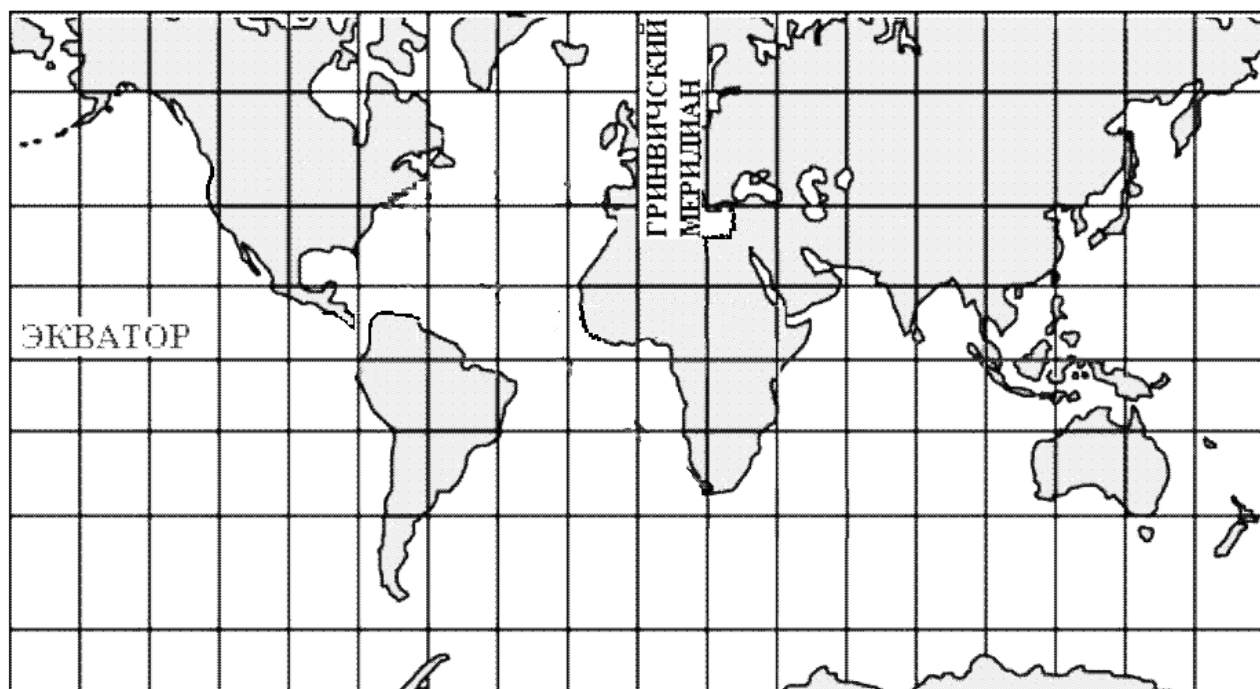
2.2 На какое время и с какой периодичностью прямая радиосвязь между ними

Часть 3 «Надо и самому пофантазировать» - подумал Федя. **3.1** На предложенной вам карте (на отдельном бланке) изобразите траектории двух спутников, движущихся по орбитам одинакового радиуса в разных направлениях относительно Земли. Плоскости орбит спутников перпендикулярны друг другу и наклонены под углом 45° к экватору. Период обращения спутников в 1,5 раза меньше периода обращения Земли. Спутники (как и в предыдущей части задачи) одновременно пересекают экватор в момент встречи.

Необходимые для решения задачи величины: Радиус Земли: $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м; Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли: $g = 9,8$ м/с²; Период обращения Земли $T_3 = 24$ ч

Бланк к задаче 10.1





Решение

Часть 1

1.1 Пусть ω_3 – угловая скорость вращения Земли вокруг оси, а ω – угловая скорость вращения спутника. И пусть в начальный момент времени спутник пересекает экватор. За время одного оборота спутника ($T = \frac{2\pi}{\omega}$) Земля повернется на угол $\frac{2\pi}{\omega} \omega_3$.

Если движение спутника и Земли происходит в одном направлении, то следующее пересечение экватора произойдет на:

$$\Delta\varphi = 2\pi - 2\pi \frac{\omega_3}{\omega} = 2\pi \left(1 - \frac{\omega_3}{\omega}\right) \quad (1)$$

восточнее (на рисунке — правее) предыдущего.

Если же спутник и Земля вращаются в разных направлениях, то за один оборот спутник сместится относительно Земли на:

$$\Delta\varphi = 2\pi + 2\pi \frac{\omega_3}{\omega} = 2\pi \left(1 + \frac{\omega_3}{\omega}\right) \quad (2)$$

в западном (левом) направлении. Т.е. в любом случае больше, чем на 360° .

Согласно рисунку 1 условия задачи, спутник смещается на 14 клеток (280°), т. е. движется по направлению вращения Земли.

1.2 Уравнение (1) позволяет найти угловую скорость вращения спутника:

$$280^\circ = \frac{14}{9}\pi = 2\pi \left(1 - \frac{\omega_3}{\omega}\right) \quad (3)$$

Таким образом:

$$\omega = \frac{9}{2}\omega_3 = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1} \quad (4)$$

$$T_C = \frac{2}{9}T_3 = 5,3 \text{ ч} \quad (5)$$

Радиус орбиты определим, записав Второй закон Ньютона:

$$m\omega_2 r = G \frac{Mm}{r^2} \quad (6)$$

где M - масса Земли,

m - масса спутника.

Подставив $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $GM = gR_3^2$, получим:

$$\frac{4\pi^2}{T^2}r = g \frac{R_3^2}{r^2} \quad (7)$$

Тогда радиус орбиты:

$$r = \left(\frac{gR_3^2 T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 1,6 \cdot 10^7 \text{ м} \quad (8)$$

Линейная скорость движения спутника:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 5,1 \cdot 10^3 \text{ м/с} \quad (9)$$

$$\Delta\varphi = \pi \left(1 - \frac{\omega_3}{\omega} \right) \quad (10)$$

Это и есть расстояние между двумя последовательными точками пересечения экватора. При уменьшении радиуса орбиты угловая скорость увеличивается. Следовательно, увеличивается и искомое расстояние.

Максимальное значение угловой скорости спутника достигается на орбите, проходящей в непосредственной близости к поверхности Земли. Записав Второй закон Ньютона:

$$m\omega_{max}^2 R_3 = mg \quad (11)$$

получим:

$$\omega_{max} = \sqrt{g/R_3} = 1,2 \cdot 10^{-3} \quad (12)$$

Тогда максимальное расстояние между двумя точками последовательного пересечения экватора:

$$\Delta\varphi = \pi \left(1 - \frac{\omega_3}{\omega_{max}} \right) = 3,0 \text{ рад} = 169^\circ \quad (13)$$

Часть 2

2.1 Т.к. спутники одновременно пересекают линию экватора, то периоды их обращения по орбитам одинаковы, а значит, равны и радиусы орбит. Изображенные на рисунке 2 условия задачи траектории соответствуют спутникам,двигающимся по одной орбите в разных направлениях.

Если спутник движется по направлению вращения Земли («сжатая» траектория), то расстояние, которое проходит спутник относительно Земли за один оборот, равно 180° (9 клеток). Согласно (1), угловая скорость вращения равна:

$$\omega = 2\omega_3 \quad (14)$$

Аналогично можно рассуждать, рассматривая движение второго спутника. Для него выражение (1) будет иметь вид:

$$\Delta\varphi = \pi \left(1 + \frac{\omega_3}{\omega}\right) \quad (15)$$

За один оборот этот спутник смещается относительно Земли на 27 клеток, т. е. на 540° . Подставляя это значение в (15), получим тот же ответ (14).

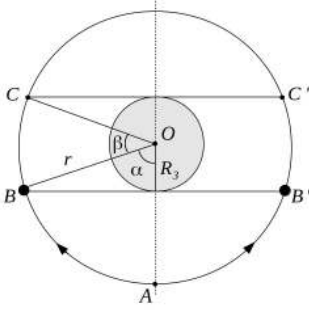
Таким образом, период обращения по орбите равен:

$$T = T_3/2 = 12\text{ч} \quad (16)$$

Радиус орбит спутников равен:

$$r = \left(\frac{gR_3^2}{\omega^2}\right)^{1/3} = 2,7 \cdot 10^7 \text{ м} \quad (17)$$

2.2 Пусть спутники встретились в точке A (рис. 1). Между ними будет возможна прямая связь, пока они не достигнут точек B и B' соответственно. В течение времени, необходимом для перемещения в точки C и C' , связь будет отсутствовать.



Таким образом, связь исчезает на время:

$$\Delta t_1 = \beta/\omega \quad (18)$$

с периодичностью

$$\Delta t_2 = T/2 = 6 \text{ ч} \quad (19)$$

Угол β найдем из равнобедренного треугольника OBC .

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{R_3}{r} \quad (20)$$

$$\beta = 0.48 \text{ рад} \quad (21)$$

Тогда время молчания:

$$\Delta t_1 = \frac{T \cdot 0.48}{2\pi} = 0.92 \text{ ч} = 55 \text{ мин} \quad (22)$$

Часть 3

Один из возможных траекторий изображены на рис. 2. Спутник движущийся по направлению вращения Земли пересекает экватор через каждые a а движущийся против — через 300° . «Размах» траекторий в вертикальном направлении составляет 45° .

