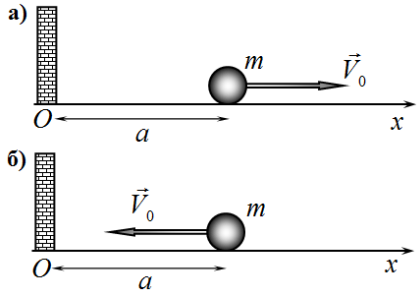
Отражение

Условие

Задача 9.1 «Отражение»

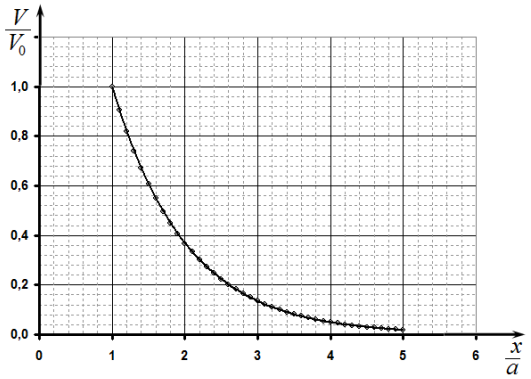
Задача состоит из трех, не связанным между собой частей. Все графики приведены также на отдельном бланке, на котором вы должны выполнить построения. Формулы и пояснения к этим построениям приводите в своей тетради.

Часть 1. Механическая



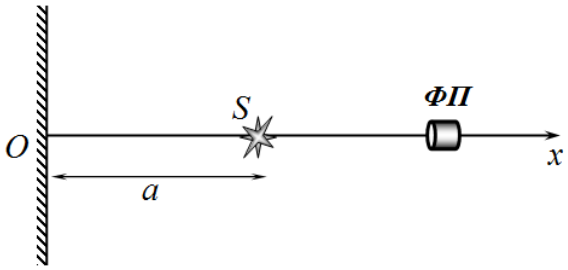
1.1 Небольшой шарик массы m может двигаться по горизонтальной поверхности. При движении на шарик действует тормозящая сила, пропорциональная его скорости $F = -\beta V$, где β - известный коэффициент. Шарик находится на расстоянии a от вертикальной стенки и сообщают начальную горизонтально направленную скорость V_0. Найдите функции и постройте их графики зависимости модуля скорости шарика от его координаты (ось Ox направлена горизонтально, начало отсчета совпадает со стенкой), если а) вектор начальной скорости направлен от стенки; б) вектор начальной скорости направлен к стенке. Известно, что $\frac{mV_0}{\beta} = 5a$. Удар шарика о стенку считайте абсолютно упругим.

1.2 Рассмотрим теперь движение шарика, если на него действует тормозящая сила, модуль которой пропорционален квадрату скорости шарика. Если начальная скорость шарика направлена от стенки, то зависимость модуля скорости шарика от его координаты имеет вид, показанный на рисунке. Постройте график зависимости модуля скорости шарика от его координаты, если начальная скорость шарика направлена к стенке.



Часть 2. Оптическая

Точечный источник света S находится на расстоянии a от плоского зеркала.



2.1 Постройте ход различных лучей от источника, укажите, где находится его изображение.
2.2 Для измерения интенсивности света используется фотоприемник ФП расположенный на оси Ox. Эта ось проходит через источник и перпендикулярна зеркалу, начало отсчета расположено на зеркале. Если закрыть зеркало, то зависимость интенсивности света от координаты фотоприемника имеет вид, показанный на рисунке. Постройте график зависимости интенсивности света, регистрируемой фотоприемников от его координаты, если зеркало открыто.

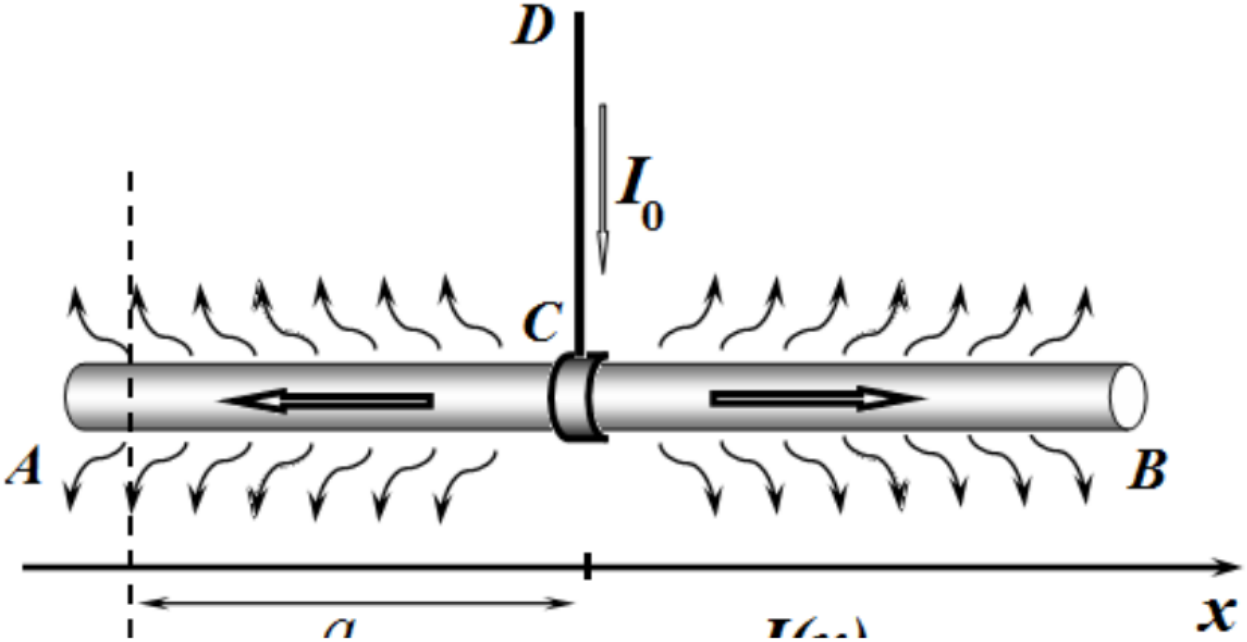
Вам нет необходимости знать точное определение интенсивности. Достаточно догадаться, что она пропорциональная световой энергии, попадающей на фотоприемник в единицу времени. Источник считайте настолько малым, что он не препятствует прохождению отраженных лучей. Поглощением света (как в воздухе, так и при отражении) можно пренебречь.

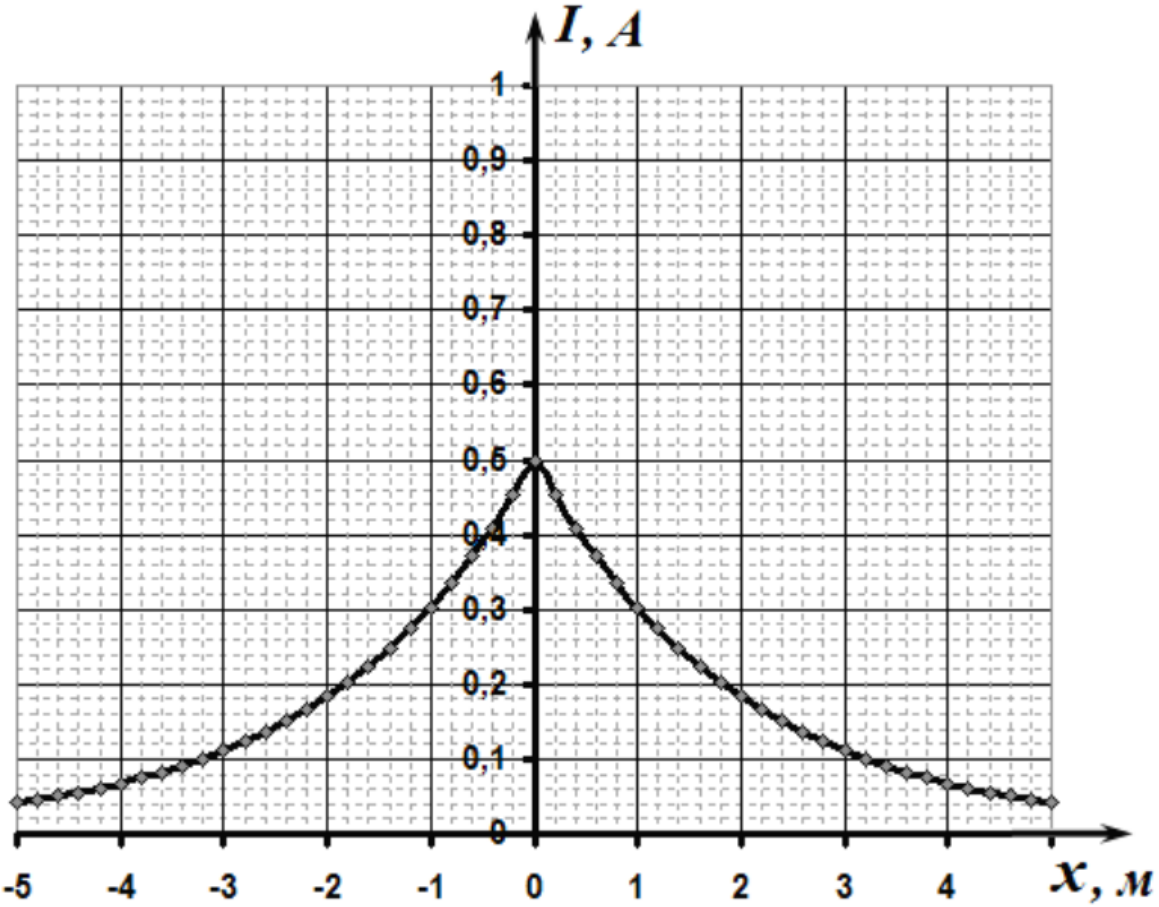
Часть 3. Электрическая.

Очень длинный прямой кабель AB находится в слабопроводящей среде. К кабелю подключен провод DC, по которому в кабель поступает электрический ток силой $I_0 = 1{,}0$ А. Из-за утечки тока в окружающую среду сила тока в кабеле по мере удаления от точки C убывает.

На рисунке приведен график зависимости силы тока в кабеле от координаты X (ось Ox параллельна кабелю, начало отсчета расположено в точке контакта C).

На расстоянии $a = 1{,}0$ м от точки C происходит обрыв кабеля. Торец кабеля в месте обрыва изолируют (боковая поверхность кабеля при этом не изменилась).
Постройте график зависимости силы тока в кабеле от координаты X после обрыва кабеля. Ток в проводе DC после обрыва не изменился.





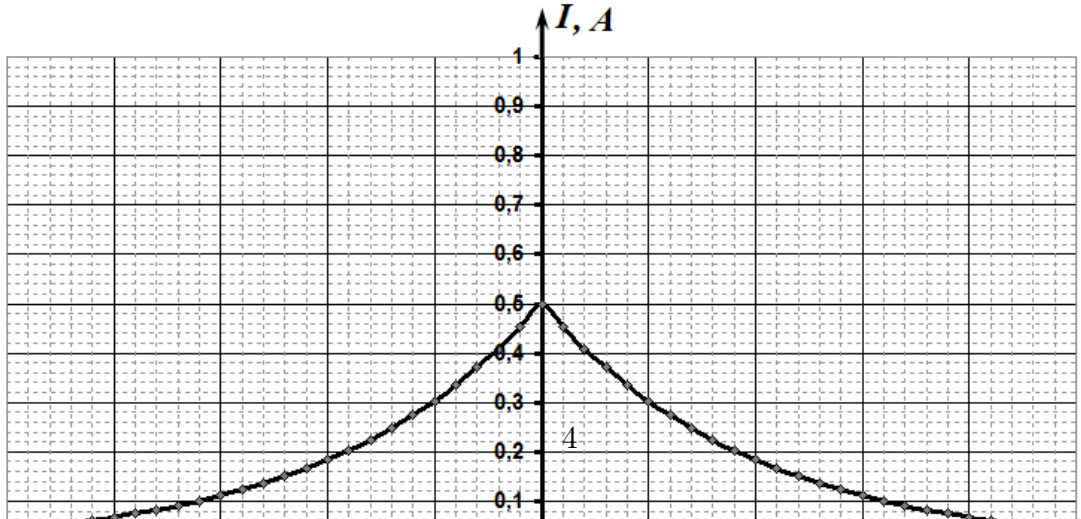
Бланк к задаче 9.1

Бланк к задаче 9.1

1.2

2.2

3



Решение
Задача 9.1 Отражение.
Часть 1. Механическая
9 класс.
Найдем зависимость скорости шарика от его координаты. Запишем уравнение второго закона Ньютона для движущегося шарика

$$ma = -\beta V, \tag{1}$$

и подставим в него выражения для мгновенных скорости и ускорения

$$m\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\beta\frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{2}$$

После сокращения на Δt получим

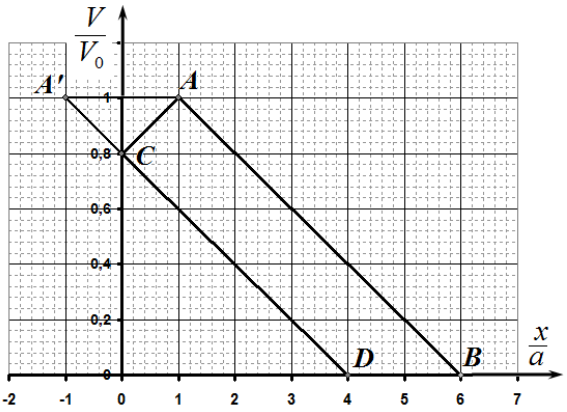
$$m\Delta V = -\beta\Delta x. \tag{3}$$

Данное выражение справедливо не только для малых промежутков времени, но и для любых конечных интервалов (что доказывается простым суммированием по малым промежуткам), поэтому

$$V - V_0 = -\frac{\beta}{m}(x - x_0) \quad \Rightarrow \quad V = V_0 - \frac{\beta}{m}(x - x_0). \tag{4}$$

Таким образом, скорость линейно убывает с ростом пройденного пути. Очевидно, что формула (4) справедлива только для положительных значений модуля скорости. Подставим значение $\beta = \frac{mV_0}{5a}$ и получим окончательный вид:

$$V = V_0 - \frac{V_0}{5a}(x - x_0) \tag{5}$$



При движении шарика от стенки, формула (5) определяет искомую функцию в виде

$$V = V_0 - \frac{V_0}{5a}(x - a), \quad (a < x < 6a) \tag{6}$$

Для построения графика удобно эту функцию представить в относительных единицах

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{1}{5}\left(\frac{x}{a} - 1\right), \quad \left(1 < \frac{x}{a} < 6\right) \tag{7}$$

График этой функции представляет отрезок прямой AB. В том случае, когда начальная скорость шарика направлена к стенке, то до удара зависимость скорости от координаты определяется выражением

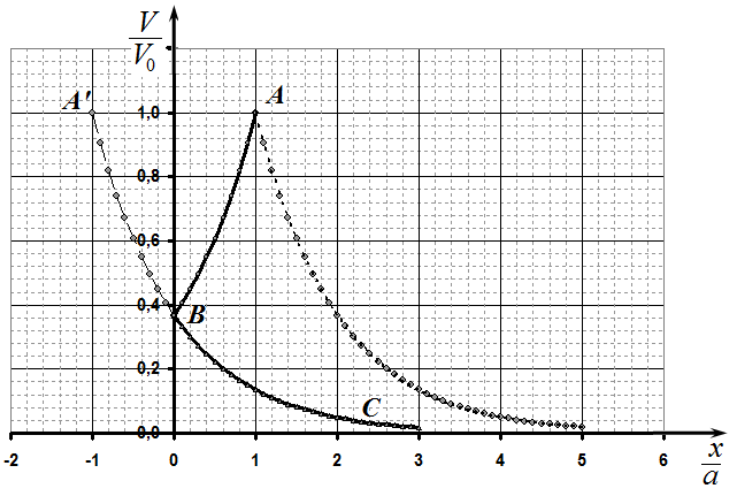
$$\frac{V}{V_0} = 1 + \frac{1}{5}\left(\frac{x}{a} - 1\right), \quad \left(0 < \frac{x}{a} < 1\right). \tag{8}$$

Этот участок на графике изображается отрезком AC. После отражения от стенки направление вектора скорости изменится на противоположное, поэтому вид функции изменится (отрезок CD на графике):

$$\frac{V}{V_0} = \frac{4}{5} - \frac{x}{5a}, \quad \left(0 < \frac{x}{a} < 4\right). \tag{9}$$

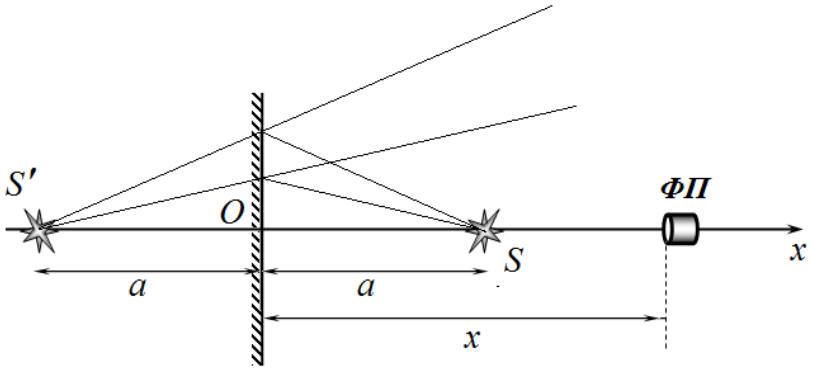
График зависимости скорости шарика от координаты при отражении от стенки можно также получить «отражением» графика движения в положительном направлении. Можно также «отразить» начальную точку A (ее «изображение» - A') и провести от нее исходный график – отрезок $A'CD$.

1.2 Для построения требуемого графика проще воспользоваться методом «отражения». До удара о стенку график зависимости является отражением исходного графика относительно прямой $x = a$ (участок AB), а после удара – графиком исходной зависимости, сдвинутым влево на величину $2a$. Можно также отразить начальную точку $A \to A'$



Часть 2. Оптическая

2.1 Построение хода лучей при отражении в плоском зеркале хорошо известно и комментариев не требует. Изображение будет находится «зеркально симметрично» на расстоянии a за зеркалом.

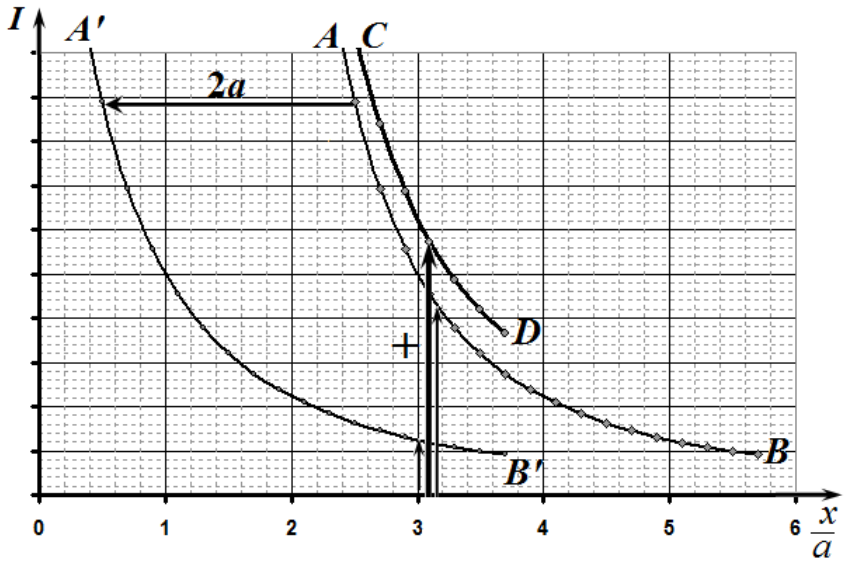


2.2 Фотоприемник будет воспринимать свет, исходящий как непосредственно от источника, так и отраженный от зеркала. Если зависимость интенсивности света от расстояния до источника r имеет вид $I_0(r)$, то при наличии зеркала суммарная интенсивность описывается функцией

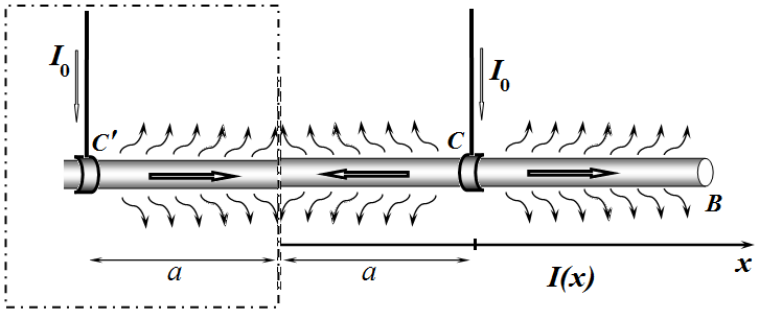
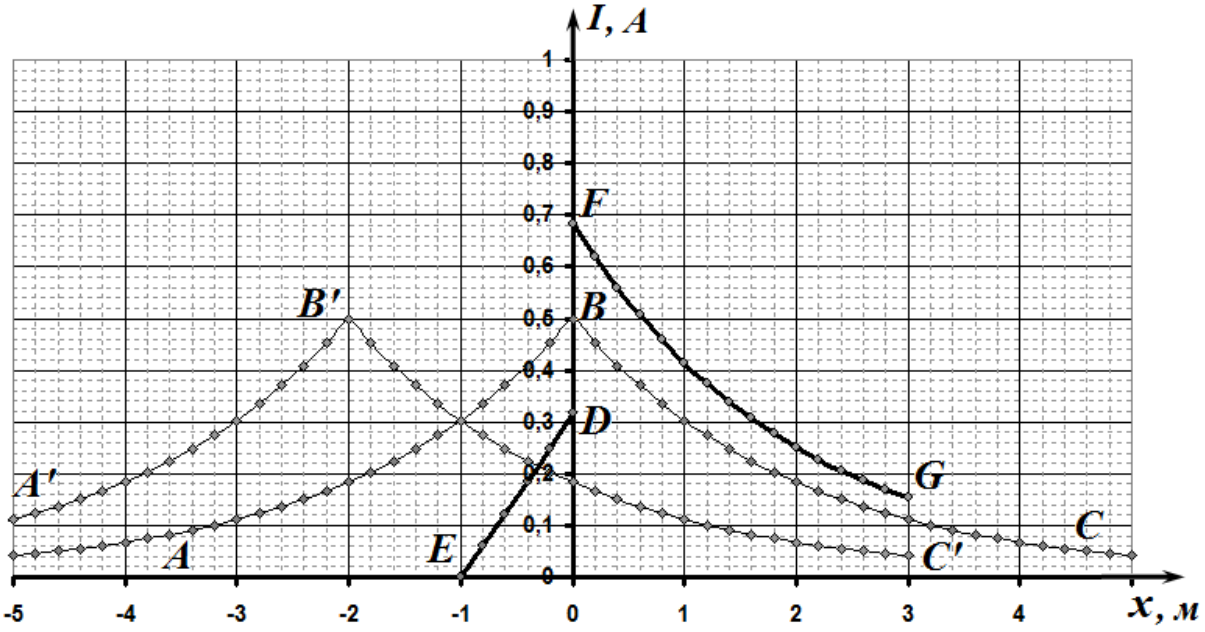
$$I(x) = I_0(x - a) + I_0(x + a). \tag{10}$$

Или, аналогично, если исходная функция зависимости от координаты имеет вид $I_1(x)$ (представленный графически), то требуемая функция описывается выражением

$$I(x) = I_1(x) + I_1(x + 2a).$$



Иными словами: необходимо сместить
исходный график AB на $2a$ влево (кривая $A'B'$) и сложить их в области перекрытия (результат – кривая CD).
Обрыв кабеля приводит к тому, что ток перестает течь через место обрыва. Этому же условию можно



удовлетворить, если симметрично относительно места обрыва расположить еще один такой же источник тока, тогда суммарная сила тока в месте обрыва будет равна нулю. Для построения графика зависимости силы тока от координаты необходимо исходный график ABC сместить влево на $2a$ ($A'B'C'$). Затем в области между источником и точкой обрыва вычесть токи, так как здесь они текут в противоположных направлениях (ED), а вне этой области их сложить (FG). Результат такого построения показан на рисунке.