

Условие

Задача 10-1 Терморезистор

Приборы и оборудование: терморезистор, термометр, мультиметр, секундомер, штатив, горячая и холодная вода в стаканах, алюминиевый цилиндр.

Терморезистор – полупроводниковый прибор, электрическое сопротивление которого зависит от температуры. Электрическое сопротивление можно измерять с помощью мультиметра, работающего в режиме омметра (ознакомьтесь с инструкцией).

Вам предстоит измерять сопротивление терморезистора, опущенного в воду – следите, чтобы отводящие контакты находились выше уровня воды!

Часть 1. Градуировка терморезистора.

Поместите терморезистор в сосуд, в который будете наливать воду. Также поместите в этот же сосуд термометр для измерения температуры, термометр закрепите в лапке штатива.

1.1 Измерьте зависимость сопротивления терморезистора от температуры. Постройте график полученной зависимости. Для ускорения процесса измерений вы можете смешивать холодную горячую воду.

Физическая подсказка.

Ознакомьтесь с краткой
выдержкой из книги

Мэклин Э. Д.
М15 Терморезисторы: Пер. с англ./Под общей редакцией
К. И. Мартюшова. — М.: Радио и связь, 1983. — 208 с.,
ил.
95 к.

Физическая подсказка.

Ознакомьтесь с краткой выдержкой из книги

Мэклин Э. Д.

М15 Терморезисторы: Пер. с англ./Под общей редакцией К. И. Мартюшова. — М.: Радио и связь, 1983. — 208 с., ил.

95 к.

Чтобы электрон мог преодолеть воздействие положительного заряда, окружающего ион, например Fe^{3+} , он должен обладать определенной минимальной энергией. Общее число электронов, участвующих в проводимости, будет зависеть от числа имеющихся электронов, энергия которых превышает некоторую минимальную энергию переноса. Так как энергия электронов прежде всего определяется температурой материала, то энергия, а также число свободных электронов возрастают с ростом температуры. Эта минимальная энергия переноса называется *энергией активации* процесса прыжковой проводимости, и электропроводность σ находится из уравнения

$$\sigma = \sigma_0 \exp \frac{-\Delta E}{2 k T}, \quad (1.1)$$

где σ_0 — проводимость при $T \rightarrow \infty$, которая определяется полным числом электронов, способных участвовать в процессе проводимости.

Чтобы электрон мог преодолеть воздействие положительного заряда, окружающего ион, например Fe^{3+} , он должен обладать определенной минимальной энергией. Общее число электронов, участвующих в проводимости, будет зависеть от числа имеющихся электронов, энергия которых превышает некоторую минимальную энергию переноса. Так как энергия электронов прежде всего определяется температурой материала, то энергия, а также число свободных электронов возрастают с ростом температуры. Эта минимальная энергия переноса называется энергией активации процесса прыжковой проводимости, и электропроводность σ находится

из уравнения

$$\sigma = \sigma_0 \exp \frac{-\Delta E}{2kT}, \quad (1.1)$$

где σ_0 — проводимость при $T \rightarrow \infty$, которая определяется полным числом электронов, способных участвовать в процессе проводимости.

В приведенной формуле (1.1) ΔE — энергия активации, T — абсолютная температура, $k = 1,380 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ — постоянная Больцмана.

1.2 Используя эту цитату, покажите, что приведенная формула применима к выданному вам терморезистору².

1.3 Рассчитайте энергию активации (в электрон-вольтах) электронов терморезистора. Не забудьте про оценку погрешности. Заряд электрона $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$.

² Если вас сильно испугала эта цитата, и вы страшно боитесь экспоненциальной функции, то п.1.2 и 1.3 лучше пропустите, приступайте к выполнению Части 2. Результаты то п.1.2 и 1.3 в ней не используются.

Математическая подсказка. В физике широко используется экспоненциальная функция $\exp(x) = e^x$ — обычная показательная функция, основанием которой служит число $e = 2,71828...$ (не путайте с зарядом электрона) Обратной к ней является логарифмическая функция $\ln x$. Причем $\ln(\exp(x)) = x$. Кроме того, логарифм произведения равен сумме логарифмов $\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y$. Наконец, у вас есть калькулятор для расчета этих функций!

Часть 2. Измерение теплоемкости.

В этой части работы все измерения проводите с помощью терморезистора. Для измерения времени используйте секундомер — удобно использовать память этапов. В выданном вам стакане на внутренней стороне нанесены две метки. Нижней отметке соответствует объем воды 60 мл, верхней — 80 мл. Объем алюминиевого цилиндра 20 см^3 .

2.1 В сосуд залейте 80 мл горячей воды. Измерьте зависимость температуры воды от времени в процессе остывания в диапазоне температур от 80°C до 50°C . Постройте график полученной зависимости.

Методическая подсказка. Процесс измерения удобно проводить следующим образом. Заранее приготовить таблицу, в первую колонку которой следует занести значения температур (в этом пункте достаточно с интервалом в 5°C). Во вторую колонку следует занести соответствующие значения сопротивлений терморезистора, используя свои результаты первой части. Затем в сосуд залить горячую воду, когда ее температура опустится до 80°C , пустить секундомер, далее в процессе остывания фиксировать времена, когда температура достигает очередного фиксируемого значения (можно использовать память секундомера)

2.2 Мощность теплоотдачи в окружающую среду, можно считать линейной функцией от температуры воды t

$$P = \frac{\delta Q}{\Delta \tau} = At + B. \quad (2)$$

Здесь δQ — количество теплоты, отданное водой за малый промежуток времени $\Delta \tau$, A — коэффициент теплоотдачи, B — некоторый постоянный параметр. Используя результаты измерений в п.2.1 постройте график зависимости мощности теплоотдачи от температуры воды. Определите средние значения коэффициента теплоотдачи A и параметра B .

Подсказка. В при изменении температуры на 5°C можно пренебречь изменением мощности теплоотдачи. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}}$.

2.3 Измерьте процесс остывания воды, в который опущен алюминиевый цилиндр, изначально находящийся при комнатной температуре. Для этого в сосуд залейте 60 мл горячей воды, когда ее температура опустится до 80°C опустите в нее цилиндр⁴ (при

— ³ Во избежание путаницы в данной работе температуры обозначаются буквой t , а времена — τ . ⁴ Когда цилиндр погрузится в воду, суммарный объем станет равным 80 мл, поэтому можно считать, что найденные параметры зависимости (2) останутся прежними.

комнатной температуре) и одновременно пустите секундомер. Постройте график зависимости температуры воды в диапазоне от 80°C до 50°C от времени в этом случае (на том же бланке, что и график в п.2.1)

2.4 В каждом из интервалов температур рассчитайте (не забудьте привести расчетные формулы): δQ_0 - количество теплоты, отданное водой; δQ_1 - количество теплоты, отданное в окружающую среду; δQ_2 - количество теплоты, полученной цилиндром (эти величины могут быть отрицательными).

Для расчета величин δQ_1 предпочтительнее использовать формулу (2) и найденное среднее значение коэффициента теплоотдачи.

2.5 Постройте график зависимости теплоты Q_2 , полученной цилиндром от температуры воды. Качественно объясните полученную зависимость. 2.6 Используя полученные данные, оцените теплоемкость цилиндра. Оценивать погрешность в данном пункте не требуется.

Решение

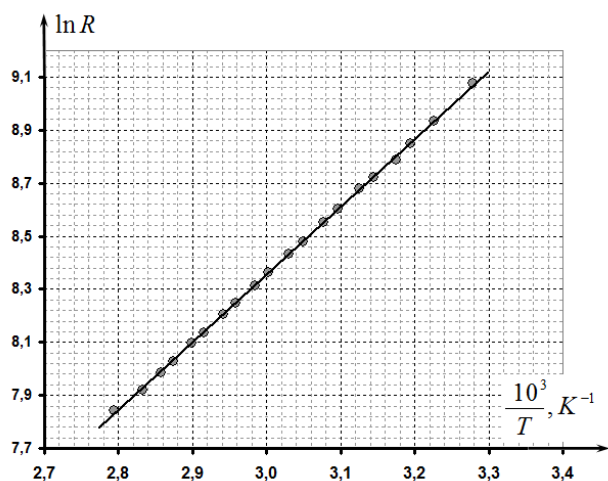
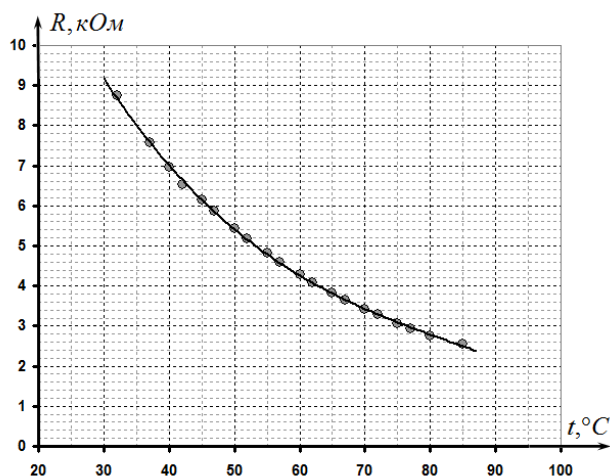
Задача 10-1 «Терморезистор»

Часть 1. Градуировка терморезистора.

1.1 Результаты измерений зависимости сопротивления терморезистора от температуры приведены в таблице 1. График полученной зависимости показан на рисунке

Таблица 1. Зависимость сопротивления от температуры.

$t, ^{\circ}\text{C}$	$R, \text{кОм}$	$\ln R$	$\frac{10^3}{T}, \text{K}^{-1}$
85	2,55	7,844	2,793
80	2,75	7,919	2,833
77	2,94	7,986	2,857
75	3,07	8,029	2,874
72	3,28	8,096	2,899
70	3,42	8,137	2,915
67	3,66	8,205	2,941
65	3,82	8,248	2,959
62	4,08	8,314	2,985
60	4,29	8,364	3,003
57	4,60	8,434	3,030
55	4,81	8,478	3,049
52	5,17	8,551	3,077
50	5,44	8,602	3,096
47	5,88	8,679	3,125
45	6,14	8,723	3,145
42	6,54	8,786	3,175
40	6,97	8,849	3,195
37	7,58	8,933	3,226
32	8,75	9,077	3,279



1.2 Для доказательства применимости приведенной формулы и определения энергии активации полученную зависимость $R(t)$ следует привести к линейному виду. Для этого прологарифмируем приведенную формулу (записанную для сопротивления)

$$R = R_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right) \Rightarrow \ln R = \ln R_0 + \frac{\Delta E}{2kT}. \quad (1)$$

Из этого выражения следует, что зависимость логарифма сопротивления $y = \ln R$ от величины обратной абсолютной температуры $x = \frac{1}{T}$ линейна

$$y = ax + b, \quad (2)$$

Причем параметры этой зависимости определяются формулами

$$a = \frac{\Delta E}{2k}, \quad b = \ln R_0. \quad (3)$$

В Таблице 1 приведены рассчитанные значения логарифма сопротивления и обратной абсолютной температуры. Также на графике показан график полученной зависимости. Линейность графика доказывает применимость приведенной формулы. Параметры линейной зависимости предпочтительнее рассчитывать по методу наименьших квадратов. Расчет приводит к следующим значениям¹

$$\begin{aligned} a &= (2,55 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ K}^{-1} \\ b &= (0,70 \pm 0,07) \text{ усл.ед.} \end{aligned} \quad (4)$$

Используя выражение для параметра a , легко найти энергию активации в джоулях:

$$\Delta E = 2ka$$

в электрон-вольтах:

$$\Delta E = \frac{2k}{e}a \quad (5)$$

Численное значение этой величины

$$\Delta E = \frac{2k}{e}a = \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 2,55 \cdot 10^3 = 0,44 \text{ эВ}. \quad (6)$$

С погрешностью

$$\delta(\Delta E) = \Delta E \frac{\Delta a}{a} = 0,04 \text{ эВ}. \quad (7)$$

Часть 2. Измерение теплоемкости.

2.1 Результаты измерений зависимости температуры воды от времени приведены в Таблице 2.

Таблица 2. Остывание воды.

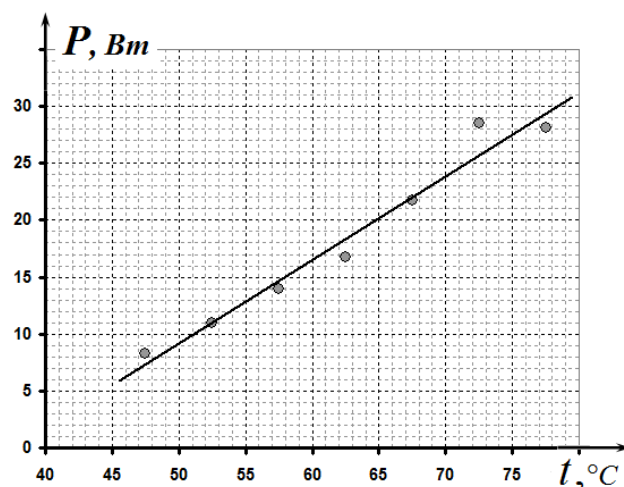
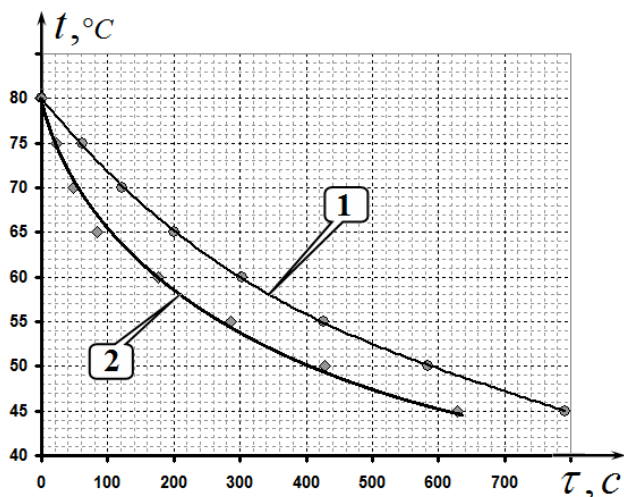
$t, ^\circ\text{C}$	$R, \text{кОм}$	$\tau, \text{с}$	$t_{\text{ср.}}, ^\circ\text{C}$	$P, \text{Вт}$
80	2,78	0		
75	3,08	61	77,5	28,12
70	3,43	122	72,5	28,50
65	3,83	201	67,5	21,77
60	4,29	304	62,5	16,72
55	4,82	427	57,5	13,99
50	5,43	584	52,5	10,98
45	6,15	792	47,5	8,29

¹ Допустимо определять параметр a по наклону графика. Значение параметра b зависит от того в каких единицах (Ом или кОм) измерены сопротивления, кроме того, для дальнейших расчетов от не нужен, поэтому его можно не рассчитывать.

2.2 Для расчета мощности теплоотдачи следует использовать формулу

$$P = \frac{\delta Q}{\Delta \tau} = cm \frac{\Delta t^\circ}{\Delta \tau}, \quad (8)$$

где $c = 4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot\text{К}}$ — удельная теплоемкость воды, $m = 80 \text{ г}$ — масса воды в сосуде, Δt° — изменение температуры воды, $\Delta \tau$ — время, в течение которого это изменение произошло. В качестве температуры, для которой рассчитана данная мощность, предпочтительнее использовать среднее значение температуры $t_{\text{ср.}}$ на рассматриваемом интервале. В Таблице 2 также приведены результаты этих расчетов. Ниже показаны графики зависимости температуры воды от времени (кривая 1) и мощности теплоотдачи от температуры.



Параметры зависимости мощности теплоотдачи от температуры $P = At + B$ также могут быть рассчитана по МНК (или графически). Численные значения этих параметров равны

$$A = 0,73 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}, \quad B = -27 \text{ Вт}. \quad (9)$$

2.3 Зависимость температуры воды (t , °C) от времени (τ , с) при остывании с опущенным цилиндром представлена в Таблице 3. График данной зависимости показан на рисунке (кривая 2).

Таблица 3. Остывание цилиндра.

t , °C	τ , с	P , Вт	δQ_0 , Дж	δQ_1 , Дж	δQ_2 , Дж	Q_2 , Дж
80	0,0		0	0	0	0
75	23,0	29,6	1300	681	619	619
70	48,4	25,9	1300	657	643	1263
65	84,3	22,3	1300	800	500	1763
60	175,8	18,6	1300	1705	-405	1358
55	285,9	15,0	1300	1649	-349	1009
50	429,0	11,3	1300	1620	-320	689
45	629,4	7,7	1300	1538	-238	450

2.4 Мощность теплоотдачи в каждом температурном диапазоне рассчитана по значениям параметров (9) линейной зависимости $P = At + B$. Количество теплоты, отданное водой в каждом температурном интервале, рассчитано по формуле

$$\delta Q_0 = cm\Delta t. \quad (10)$$

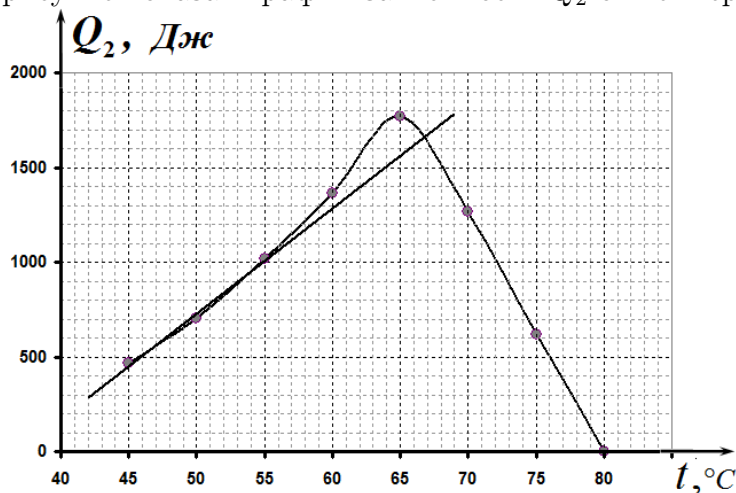
В данном случае $m = 60$ г, а $\Delta t = 5^\circ\text{C}$ для всех интервалов, поэтому эта величина постоянна для всех интервалов. Количество теплоты, отданное в окружающую среду, рассчитано по формуле

$$\delta Q_1 = P\Delta\tau. \quad (11)$$

Количество теплоты, переданное цилиндру, находится как разность

$$\delta Q_2 = \delta Q_0 - \delta Q_1. \quad (12)$$

Наконец, для подсчета величины Q_2 - суммарной теплоты, переданной цилиндру, равно сумме теплот δQ_2 от начала остывания до соответствующего значения температуры воды. 2.5 На рисунке показан график зависимости Q_2 от температуры воды.



В начале остывания температура цилиндра меньше температуры воды, поэтому цилиндр получает теплоту. Максимальное значение этой полученной теплоты равно $Q_{2\max} \approx 1700$ Дж и достигается при температуре примерно равной $t^* \approx 65^\circ\text{C}$. После того, как температуры воды и цилиндра примерно выровнялись², цилиндр начинает отдавать теплоту. Поэтому величины δQ_2 становятся отрицательными, а зависимость $Q_2(t)$ становится убывающей. Минимальное значение $Q_{2\min} \approx 500$ Дж, очевидно, достигается при минимальной температуре воды $t_{\min} = 45^\circ\text{C}$.

2.4 Для расчета теплоемкости цилиндра можно использовать несколько методов, они изложены в порядке возрастания точности) Метод 1. По нагреву цилиндра. Из полученной зависимости $Q_2(t)$ следует, что на нагревание цилиндра от комнатной температуры (в наших экспериментах $t_{\text{ком}} = 16^\circ\text{C}$) до максимальной температуры $t^* \approx 65^\circ\text{C}$ потребовалось $Q_{2\max} \approx 1700$ Дж. Следовательно, теплоемкость цилиндра равна

$$C = \frac{Q_{2\max}}{t^* - t_{\text{ком}}} \approx \frac{1700}{65 - 16} \approx 35 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (13)$$

Метод 2. По остыванию цилиндра. При остывании цилиндра его температура упала от $t^* \approx 65^\circ\text{C}$ до $t_{\min} = 45^\circ\text{C}$, при этом он отдал количество теплоты, равное $Q_{2\max} - Q_{2\min} \approx 1200$ Дж. Это позволяет оценить теплоемкость цилиндра

$$C = \frac{Q_{2\max} - Q_{2\min}}{t^* - t_{\min}} \approx 60 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}. \quad (14)$$

Полученная разбежка может быть объяснена неточностью определения максимальной температуры цилиндра $t^* \approx 65^\circ\text{C}$. Так как шаг изменения температуры составляет 5°C , то

² На самом деле температура цилиндра должна быть все время чуть выше температуры воды, для обеспечения теплопередачи от цилиндра к воде. Однако процесс остывания идет достаточно медленно, а теплопроводность алюминия высока, поэтому можно считать, что в любой момент времени температура цилиндра равна температуре воды.

и погрешность определения температуры составляет такую же величину, что приводит к погрешности определения теплоемкости минимум в 20%. По этой же причине велика погрешность определения величины $Q_{2\max}$. Кроме того, на быстром этапе нагревания возможно, что не весь цилиндр успевает достичь теплового равновесия, что приводит к заниженному значению его теплоемкости.

Метод 3. По скорости остывания цилиндра.

Можно заметить, что зависимость $Q_2(t)$ на последних интервалах примерно линейна. Как уже отмечалось, на этом этапе температура цилиндра примерно равна температуре воды. На этом участке коэффициент наклона графика $\frac{\Delta Q_2}{\Delta t^\circ}$ оказывается равным теплоемкости цилиндра. На рисунке проведена усредненная прямая, аппроксимирующая полученную зависимость на этапе остывания. Определенная по ее наклону теплоемкость цилиндра оказывается равной

$$C \approx 55 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}. \quad (15)$$

Это значение и этот метод являются наиболее точными.

Отметим, что коэффициент наклона на этапе разогрева имеет примерно в два раза большее значение. Это подтверждает предположение о неполном нагревании цилиндра (т.е. его внутренняя часть нагреться не успевает).

Примечание. Масса цилиндра примерно равна $m_0 \approx 60$ г, следовательно, полученное значение удельной теплоемкости алюминия равно $c = \frac{C}{m} \approx 0,92 \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot\text{К}}$, при табличном значении $c = 0,88 \frac{\text{Дж}}{\text{г}\cdot\text{К}}$. Таким образом, отличие составляет менее 5%.

² , , .1.2 1.3 Если вы сильно испугались этой задачи и выстрашно боитесь экспоненциальной функции то лучше пропустите, приступайте к выполнению Части 2. Результаты то п.1.2 и 1.3 в ней не используются.

³ t , - τ . Во избежание путаницы в данной работе температуры обозначаются буквой а, время t , 80 , , Когда цилиндр погрузится в воду суммарный объем станет равным m поэтому можно считать что найденные параметры зависимости (2) останутся прежними.

² , На самом деле температура цилиндра должна быть все время чуть выше температуры воды для обеспечения теплопередачи от цилиндра к воде. Однако процесс остывания идет достаточно медленно, а теплопроводность алюминия высока, поэтому можно считать, что в любой момент времени температура цилиндра равна температуре воды.