

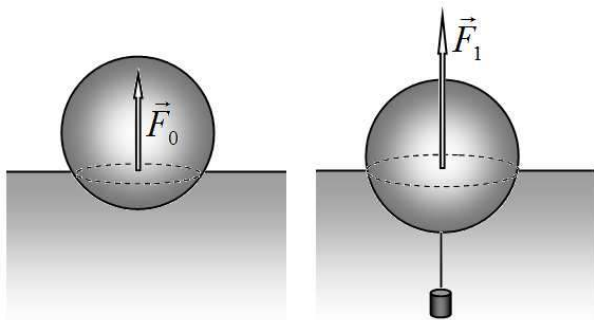
Условие

Задача 9-1. Знаете ли Вы законы Архимеда и Паскаля?

Вопрос 0. Запишите формулу для силы Архимеда, все обозначения расшифруйте.

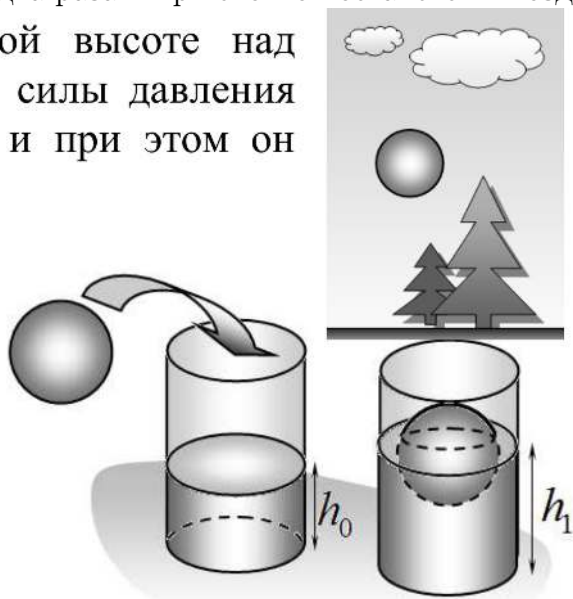
Далее задача состоит из 5 несвязанных между собой вопросов. Это не тест! Все ответы необходимо обосновать рассуждениями, формулами, расчетами!

1.1 На поверхности воды плавает тонкостенный шар. Сила Архимеда, действующая на шар по модулю равна F_0 . К шару прикрепляют небольшой груз, масса которого равна массе шара, а объем значительно меньше объема шара. Чему равна сила Архимеда F_1 , действующая на шар в этом случае? Шар не утонул.

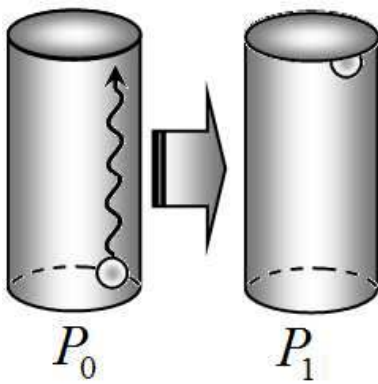


1.2 Шар радиуса R плавает в воздухе на небольшой высоте над поверхностью земли. Во сколько раз увеличится модуль силы давления воздуха на шар, если его радиус увеличить в два раза и при этом он останется в воздухе примерно на той же высоте?

ой высоте над
силы давления
и при этом он



1.3 В вертикальном цилиндрическом сосуде находится вода. Высота уровня воды равна h_0 . В сосуд опускают шарик, масса которого в два раза меньше массы воды в сосуде. До какой высоты h_1 поднимется уровень воды в сосуде сразу после опускания шара, при условии, что шарик остается на плаву?



1.4 Закрытый вертикальный цилиндрический сосуд полностью заполнен водой. Непосредственно у дна сосуда находится небольшой пузырек воздуха. Давление воды на верхнюю крышку в 3 раза меньше давления жидкости на дно. Во сколько раз изменится давление жидкости на дно сосуда $\frac{P_1}{P_0}$, когда пузырек всплывет. Температура воды в сосуде не изменяется.



1.5 В широком вертикальном цилиндрическом сосуде находится жидкость плотности ρ_1 , в которой вертикально плавает тонкий цилиндрический стержень. При этом стержень на $\frac{2}{3}$ своей длины оказывается погруженным в жидкость. Затем сверху в сосуд начинают доливать другую жидкость (плотности ρ_2), которая не смешивается с первой жидкостью. Когда высота слоя этой жидкости стала равна половине длине стержня, стержень оказался погруженным в первую жидкость на половину своей длины, а верхняя его половина также оказалась погруженной во вторую жидкость. Определите отношение плотностей жидкостей $\frac{\rho_2}{\rho_1}$.

Решение

Задача 9-1. Знаете ли Вы закон Архимеда?

1.1 Так как масса системы увеличилась в два раза, то во столько же раз увеличилась сила тяжести и уравнивающая ее сила Архимеда. Поэтому $F_1 = 2F_0$.

1.2 Сумма сил (очевидно, векторная) давлений жидкости или газа на поверхность погруженного тела есть сила Архимеда. Так как объем шара увеличится в 8 раз, то и сила Архимеда, следовательно, и сила давления воздуха на шар увеличится в 8 раз.

1.3 Масса содержимого в сосуде увеличилась в 1,5 раза, во столько же раз возросла и сила тяжести. Сила тяжести уравнивается силой давления на дно, которая пропорциональна высоте уровня жидкости в сосуде. Следовательно, уровень воды в сосуде возрастет в 1,5 раза: $h_1 = 1,5h_0$.

1.4 Давление жидкости на дно равно сумме давлений жидкости на верхнюю крышку P'_0 и гидростатического давления $p = \rho gh$. Так как давление на крышку в 3 раза меньше давления

на дно, то справедливо соотношение

$$P_0 = P'_0 + p = \frac{1}{3}P_0 + p, \quad (1)$$

из которого следует, что

$$P_0 = \frac{3}{2}p. \quad (2)$$

Такое же давление воздуха внутри пузырька. Так сжимаемостью жидкости можно пренебречь, то при всплытии пузырька ее объем, а, следовательно, и объем пузырька не изменятся. Воздух хорошо сжимаем, поэтому, если не изменился его объем, то не изменилось и давление внутри него. Поэтому после всплытия пузырька давление на крышку сосуда стало равным

$$P'_1 = P_0 = \frac{3}{2}p. \quad (3)$$

А давление на дно больше на гидростатическое давление, поэтому

$$P_1 = \frac{3}{2}p + p = \frac{5}{2}p. \quad (4)$$

Следовательно, отношение давлений

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{5}{3}. \quad (5)$$

1.5 В любом случае, когда стержень плавает, сила Архимеда уравновешивает силу тяжести. Так как сила тяжести не изменилась, то осталась неизменной и сила Архимеда. Это позволяет записать уравнение

$$\frac{2}{3}\rho_1 gV = \frac{1}{2}\rho_1 gV + \frac{1}{2}\rho_2 gV, \quad (6)$$

из которого следует, что

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{3}, \quad (7)$$