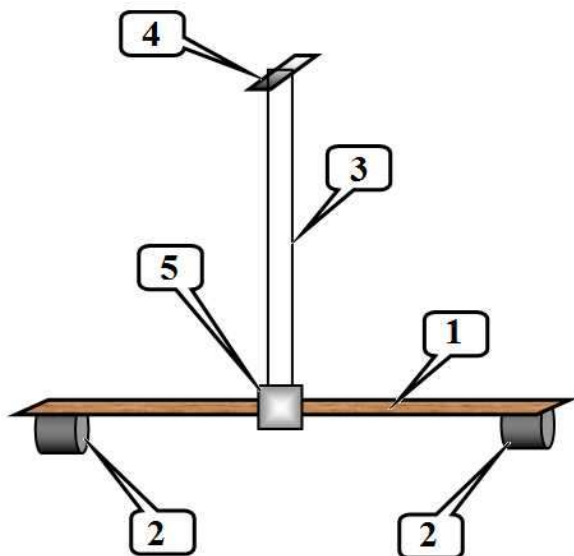


Условие

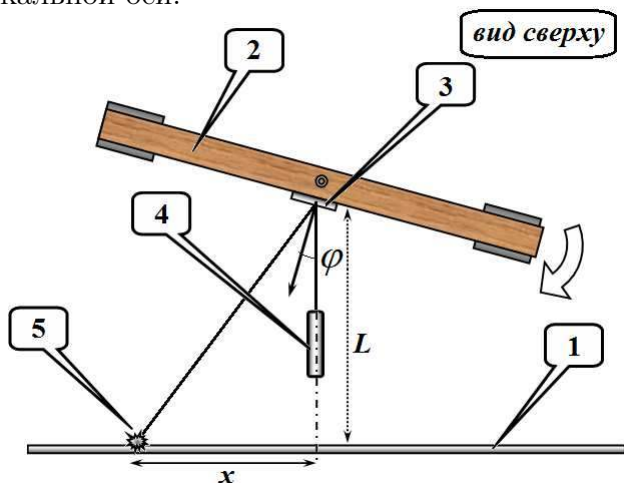
Задача 9-1. Бегающий зайчик

Приборы и оборудование: крутильный маятник, секундомер, лазер, плоское зеркало, угломерная шкала, линейка 40 см.



Крутильный маятник состоит из деревянной линейки (1), к концам которой с помощью скотча прикреплены два одинаковых груза (2). Линейка с помощью двух нитей (3) подвязана к лапке штатива (4). Длина нитей должна быть не менее 50 см, расстояние между нитями не более 1 см, нити должны быть параллельны. С помощью кусочка пластилина к середине линейки прикреплено плоское стеклышко, играющее роль зеркала.

В работе вам предстоит исследовать крутильные колебания этого маятника вокруг вертикальной оси.



Для этого соберите следующую установку. К торцу стола прикреплена полоска картона (1), играющая роль экрана со шкалой (разметить ее необходимо самостоятельно). Расположите штатив с маятником так, чтобы в положении равновесия линейка (2) располагалась параллельно экрану. Расстояние от зеркальца маятника до экрана должно быть равно $L = 20$ см. Поместите лазер (4) между экраном и зеркальцем, так чтобы его луч падал на зеркальце нормально (т.е. перпендикулярно), когда маятник находится в положении равновесия. При повороте маятника отраженный от зеркальца луч («зайчик» 5) должен двигаться вдоль шкалы. При необходимости отрегулируйте ориентацию зеркальца так, чтобы отраженный луч не пе-

рекрывался лазером и был хорошо виден на экране. Координату «зайчика» на экране будем обозначать x . Начало отчета совмещено с положением «зайчика» в положении равновесия. Угол поворота линейки обозначим φ и так же будем его отсчитывать от положения равновесия. Таким образом, при колебаниях маятника, как координата «зайчика» x (в сантиметрах), так и угол поворота φ (в градусах) должны изменяться в симметричных пределах $\pm x_0, \pm \varphi_0$, где x_0, φ_0 - максимальные отклонения координаты и угла поворота, соответственно.

Помните! При оптических измерениях самой важное – точная настройка установки!

Часть 1. Градуировка шкалы.

Данный крутильный маятник очень чувствителен, поэтому градуировать шкалу с его помощью очень сложно. Для облегчения выполнения этой важной части работы вам предложено плоское зеркало. Вместо маятника расположите зеркало в том же месте, где будет находиться зеркальце маятника. Поставьте зеркало на лист бумаги с угломерной шкалой, для измерения угла поворота зеркала. Радиальные линии проведены через 5° .

1.1 Проградуируйте шкалу экрана для измерения координаты зайчика x в сантиметрах. 1.2 Измерьте зависимость координаты зайчика x от угла поворота зеркала φ (в градусах). Постройте график полученной зависимости. 1.3 Получите теоретическую формулу для зависимости $x(\varphi)$, постройте ее график. Сравните экспериментальную и теоретическую зависимости. Укажите возможные причины их расхождения. 1.4 Постройте на экране вторую шкалу, для измерения угла поворота зеркала (эта шкала будет неравномерной). **Построение шкал оценивается!**

Часть 2. Средняя скорость.

Поворот маятника и движения зайчика не являются равномерными, поэтому изменения этих величин можно характеризовать средней скоростью движения «зайчика» $v_{\text{ср.}}$ и средней угловой скоростью $\omega_{\text{ср.}}$.

Линейную скорость следует измерять в $\frac{\text{см}}{\text{с}}$, а угловую в $\frac{\text{град}}{\text{с}}$.

2.1 Измерьте зависимость средней угловой скорости вращения маятника $\omega_{\text{ср.}}$ от максимального угла поворота φ_0 за половину периода колебаний при изменении угла поворота от $-\varphi_0$ до $+\varphi_0$. Постройте график полученной зависимости. 2.2 Покажите, что измеренная средняя угловая скорость $\omega_{\text{ср.}}$ пропорциональна максимальному углу поворота φ_0

$$\omega_{\text{ср.}} = C\varphi_0, \quad (1)$$

Определите коэффициент C , укажите его физический смысл.

Приведите все, использованные вами расчетные формулы, а также укажите все величины, которые вам необходимо измерять.

Часть 3. Закон движения.

В этой части вам необходимо экспериментально исследовать закон изменения угла поворота маятника от времени.

3.1 Измерьте зависимость угла поворота маятника от времени $\varphi(t)$ за половину периода колебаний, т.е. при изменении угла поворота от $-\varphi_0$ до $+\varphi_0$. Постройте график полученной зависимости. 3.2 Используя полученный график, определите максимальную мгновенную угловую скорость вращения маятника. Найдите ее отношение к средней скорости на всем интервале от $-\varphi_0$ до $+\varphi_0$. 3.3 Используя результаты проведенных измерений, постройте на одном бланке графики зависимостей $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ и $\frac{x}{x_0}$ от времени. Объясните различие между полученными зависимостями.

Измерения проведите при максимальном угле поворота $\varphi_0 = 30^\circ$ Используйте память этапов секундомера – прочитайте инструкцию по его использованию. Кратко опишите, как вы проводили измерения.

Решение

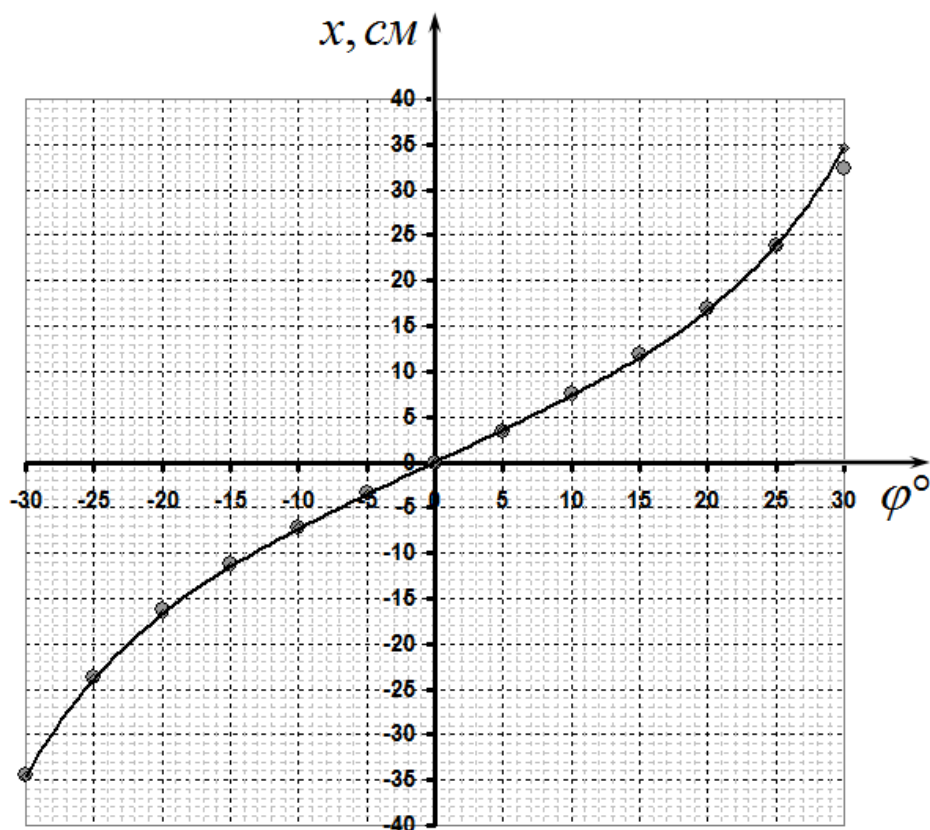
Задача 9-1 «Бегающий зайчик»

1.1 Шкалу необходимо разметить с точностью до 1 см, естественно, получается линейная шкала.

1.2 Результаты измерений зависимости координаты зайчика от угла поворота зеркала приведены в Таблице 1. На рисунке показан график полученной зависимости.

Таблица 1. Координаты зайчика.

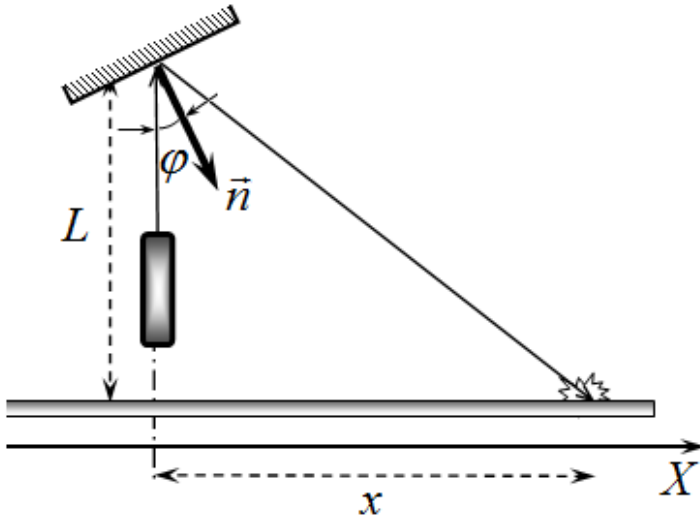
φ°	x , см	$x_{\text{теор}}$, см
-30		-34,6
-25	-34,3	-23,8
-20	-23,0	-16,8
-15	-16,8	-11,5
-10	-10,2	-7,3
-5	-4,6	-3,5
0	0,0	0,0
5	4,0	3,5
10	9,0	7,3
15	16,0	11,5
20	23,0	16,8
25	33,4	23,8
30		34,6



1.3 Из рисунка хода лучей, построенного с учетом закона отражения света, следует, что при повороте зеркала на угол φ , отраженный луч поворачивается на угол 2φ . Следовательно, координата зайчика на экране определяется формулой

$$x = L \operatorname{tg} 2\varphi. \quad (1)$$

Результаты расчетов $x_{\text{теор}}$ по этой формуле также приведены в Таблице 1. На рисунке также показан график этой зависимости.



1.4 Вторую шкалу удобно построить непосредственно с помощью зайчика. Эта шкала неравномерная.

Часть 2. Средняя скорость.

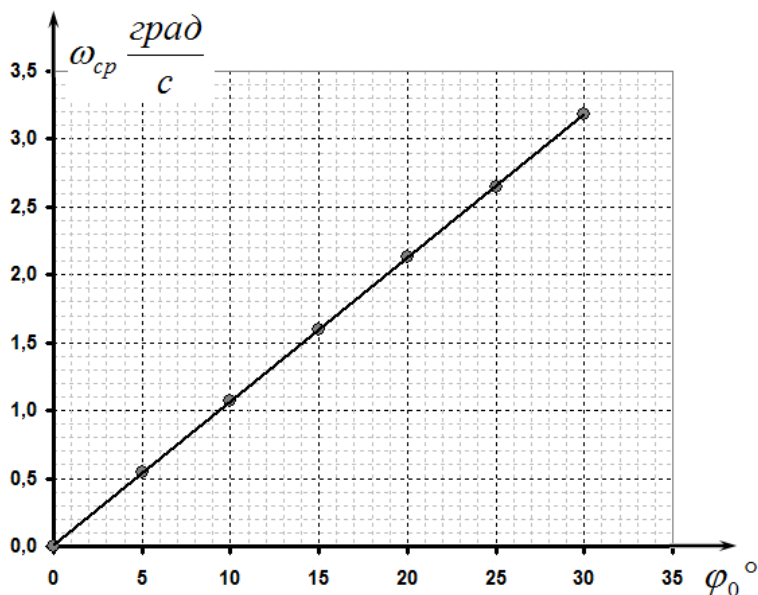
Для измерения следует использовать нелинейную угловую шкалу. Необходимо задать максимальное отклонение φ_0 и измерить времена t прохождения зайчика от одного до другого крайнего положения. Средняя угловая скорость рассчитывается по формуле

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{2\varphi_0}{t}. \quad (2)$$

Результаты измерений и расчетов средних скоростей приведены в Таблице 2. График требуемой зависимости показан на рисунке.

Таблица 2. Измерение средних скоростей.

φ°	$t, \text{с}$	$\omega_{\text{ср.}} \frac{\text{град}}{\text{с}}$
5	18,5	0,54
10	18,7	1,07
15	18,7	1,60
20	18,8	2,13
25	18,9	2,65
30	18,9	3,18



Результаты измерений показывают, что период колебаний не зависит от максимального отклонения, поэтому полученная зависимость линейна. Коэффициент пропорциональности в формуле $\omega_{cp} = C\varphi_0$ имеет смысл величины, обратной четверти периода колебаний. Он может быть найден либо по наклону графика, либо как $C = \frac{2}{t_{cp}}$, где t_{cp} - среднее значение измеренных времен. Численное значение этого коэффициента в данном случае равно

$$C = 0,11 \text{ с}^{-1}. \quad (3)$$

Часть 3. Закон движения.

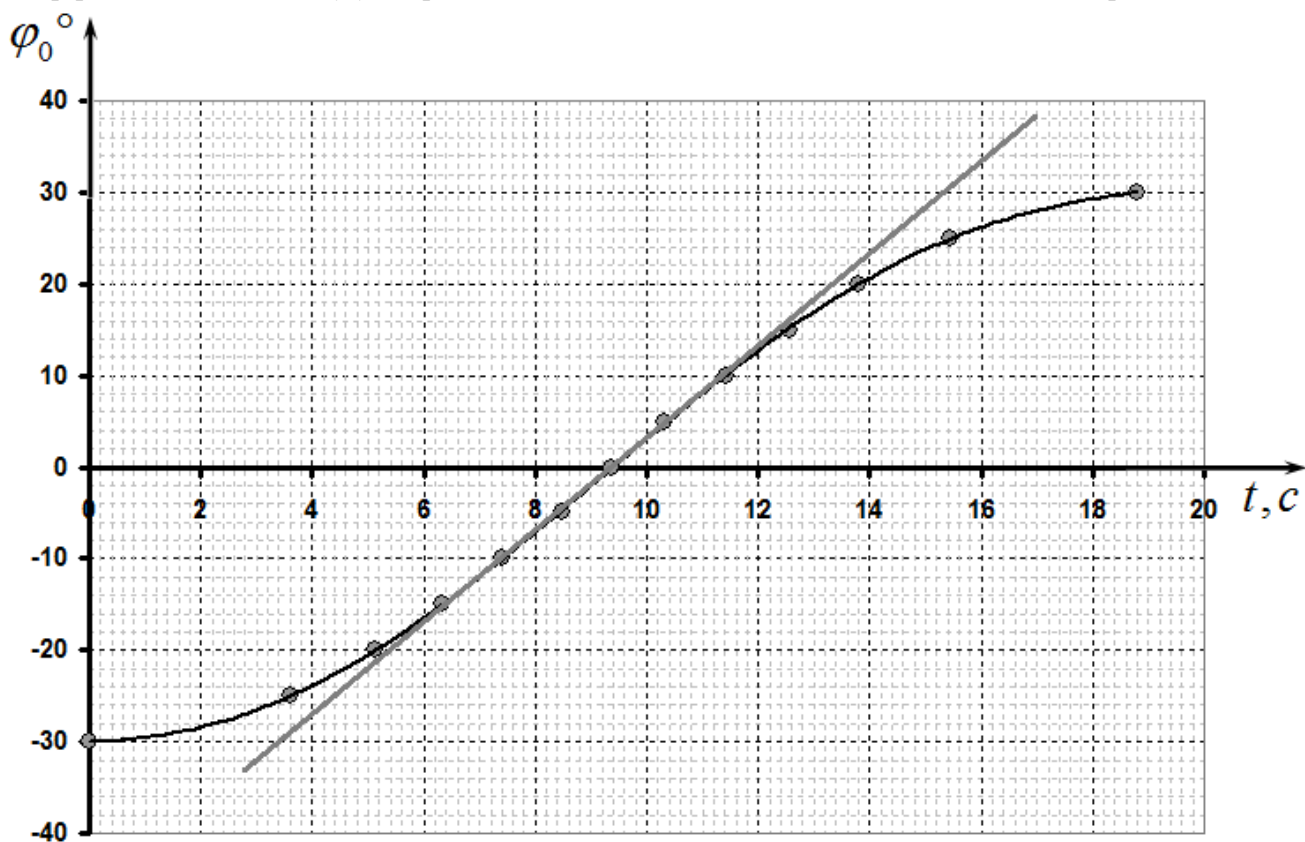
Удобно проводить измерения следующим образом: вывести маятник из положения равновесия, дождаться, когда его максимальное отклонение φ_0 и в этот момент запустить секундомер. Далее фиксировать времена прохождения отметок угловой шкалы с помощью памяти секундомера. При необходимости провести измерения в «два захода»: во втором из них запустить секундомер, когда зайчик проходит через нулевую отметку.

Результаты измерения закона движения $\varphi(t)$ при максимальном отклонении $\varphi_0 = 30^\circ$ приведены в Таблице 3. Там же приведены рассчитанные значения линейной координаты x , а также необходимые для дальнейших построений относительные величины $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ и $\frac{x}{x_0}$.

Таблица 3. Закон движения маятника.

φ°	$x, \text{ см}$	$t, \text{ с}$	$\frac{\varphi}{\varphi_0}$	$\frac{x}{x_0}$
-30	-34,6	0,00	-1,00	-1,00
-25	-23,8	3,60	-0,83	-0,69
-20	-16,8	5,13	-0,67	-0,48
-15	-11,5	6,32	-0,50	-0,33
-10	-7,3	7,41	-0,33	-0,21
-5	-3,5	8,48	-0,17	-0,10
0	0,0	9,37	0,00	0,00
5	3,5	10,33	0,17	0,10
10	7,3	11,41	0,33	0,21
15	11,5	12,55	0,50	0,33
20	16,8	13,81	0,67	0,48
25	23,8	15,45	0,83	0,69
30	34,6	18,80	1,00	1,00

Рядом приведен график закона движения маятника $\varphi(t)$. Очевидно, что максимальная скорость достигается в начале координат. Для определения мгновенной скорости следует построить касательную к графику закона движения (она показана на рисунке) и рассчитать ее коэффициент наклона. Для приведенного закона движения она оказывается равной



$$\omega_{\max} \approx 5,0 \frac{\text{град}}{\text{с}}.$$

Средняя скорость рассчитывается по формуле

$$\omega_{\text{ср.}} = 2 \frac{\varphi_0}{t_{\text{max}}} = \frac{2 \cdot 30}{18,8} \approx 3,2 \frac{\text{град}}{\text{с}}.$$

Таким образом, их отношение равно $\frac{\omega_{\text{max}}}{\omega_{\text{ср.}}} \approx 1,6$.

Отметим, что при гармонических колебаниях теоретическое значение этого отношения есть $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$. Поэтому данный метод можно использовать для экспериментального определения числа π .