

Условие

Задача 10-2 Все современные двигатели внутреннего сгорания (ДВС) подразделяются на две основные группы: 1. Двигатели, в которых используется цикл с подводом тепла при постоянном объеме $v = const$ (цикл Отто). 2. Двигатели, в которых используется цикл с подводом тепла при постоянном давлении $p = const$ (цикл Дизеля). Исследование работы реального поршневого двигателя является сложной теоретической и экспериментальной задачей. Поэтому вам предстоит рассмотреть их упрощенные модели. Так как в термодинамике исследуются лишь идеальные обратимые циклы, то для исследования цикла ДВС примем следующие допущения: рабочее тело – идеальный газ с постоянной теплоемкостью; количество рабочего тела постоянно; между рабочим телом и источниками теплоты имеет место бесконечно малая разность температур; подвод теплоты к рабочему телу производится не за счет сжигания топлива, а от внешних источников теплоты. То же самое справедливо и для отвода теплоты.

0. Уравнение адиабаты Для исследования термодинамических циклов Вам понадобится уравнение адиабаты: $p \cdot V^k = const$, где $k = \frac{C_p}{C_v}$ — показатель адиабаты, C_p, C_v — изобарная и изохорная теплоемкости газа. Получите уравнение адиабаты в координатах pT и VT .

1. Цикл Отто Рассмотрим идеальный термодинамический цикл ДВС с изохорным подводом теплоты. Цикл в pV координатах представлен на рис. 1. Идеальный газ с начальными параметрами p_1, V_1, T_1 сжимается по адиабате 1-2. В изохорном процессе 2-3 рабочему телу от внешнего источника теплоты передается количество теплоты q_1 . В адиабатном процессе 3-4 рабочее тело расширяется до первоначального объема $V_4 = V_1$. В изохорном процессе 4-1 рабочее тело возвращается в исходное состояние с отводом от него теплоты q_2 в теплоприемник. Характеристиками цикла являются:

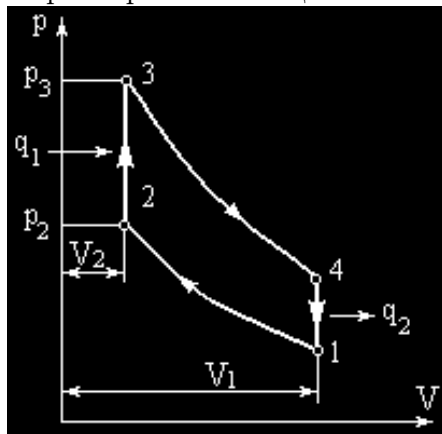


Рисунок 3. Идеальный термодинамический цикл ДВС с изохорным подводом теплоты. Определите: 1.1 Параметры P, V, T в точках цикла 2, 3, 4 через параметры $p_1, V_1, T_1, \varepsilon, \lambda, k$. 1.2 Термический КПД цикла, выразив его через параметры ε, λ, k .

2. Цикл Дизеля

В таких двигателях топливо сгорает постепенно в процессе такта «рабочий ход», а также осуществляется раздельное сжатие топлива и воздуха. Воздух сжимается в цилиндре, а жидкое топливо распыляется сжатым воздухом от компрессора. Поэтому здесь можно достигать значительно более высоких степеней сжатия. Воздух при высоких давлениях имеет настолько высокую температуру, что подаваемое в цилиндр топливо самовоспламеняется без всяких специальных приспособлений. Раздельное сжатие позволяет применять высокие степени сжатия (до $\varepsilon = 20$), исключая преждевременное самовоспламенение топлива. Постоянство давления при горении топлива обеспечивается соответствующей регулировкой топливной форсунки. Конструкция такого двигателя впервые была разработана немецким инженером Дизелем.

Рассмотрим идеальный цикл двигателя с подводом теплоты при постоянном давлении в pV -диаграмме рис.3. Этот цикл осуществляется следующим образом. Газообразное рабочее тело с начальными параметрами p_1, v_1, T_1 сжимается по адиабате 1-2. В изобарном процессе 2-3 телу сообщается некоторое количество теплоты q_1 . В адиабатном процессе 3-4 происходит расширение рабочего тела до первоначального объема. В изохорном процессе 4-1 рабочее тело возвращается в первоначальное состояние с отводом в теплоприемник теплоты q_2 . Характеристиками цикла являются: $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ — Степень сжатия

$\rho = \frac{V_3}{V_2}$ — Степень предварительного расширения

Определите:

2.1 Параметры p, V, T в точках цикла 2, 3, 4 через параметры $p_1, V_1, T_1, \varepsilon, \rho, k$.

2.2 Термический КПД цикла, выразив его через параметры ε, ρ, k .

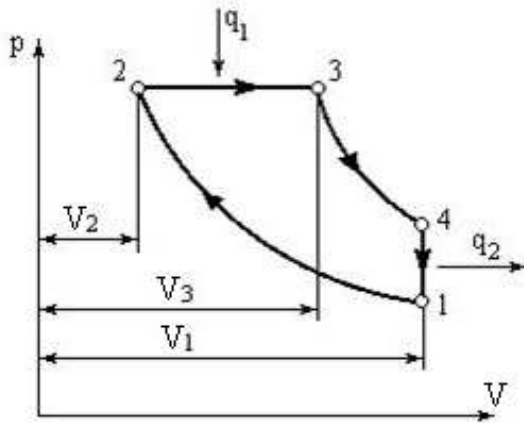


Рисунок 3.

Идеальный термодинамический цикл ДВС с изобарным подводом теплоты

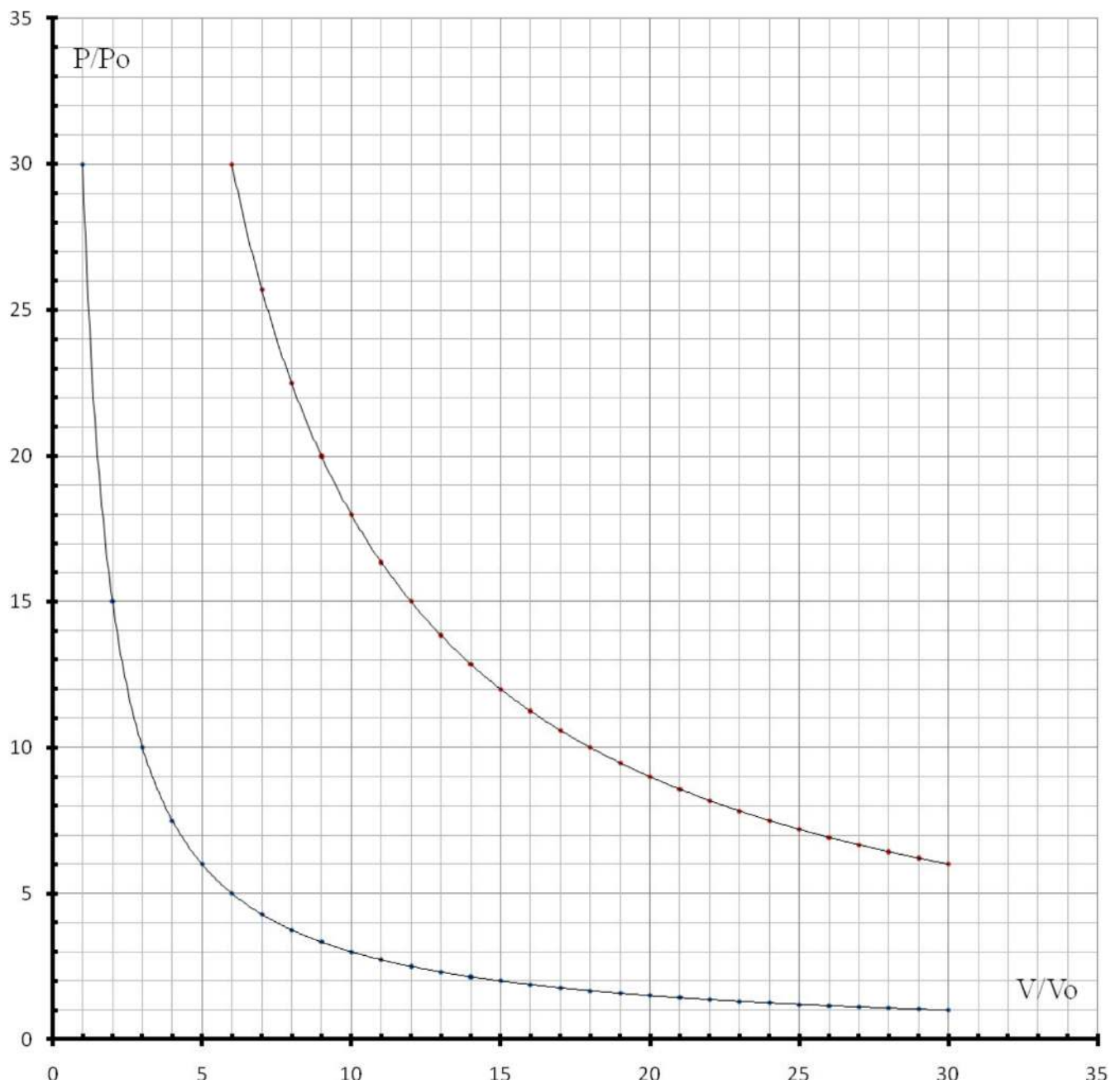
3. Сравнение циклов Отто и Дизеля

Сравните циклы Отто и Дизеля при одинаковых максимальных и минимальных температурах и давлениях, одинаковых полных объемах цилиндров V_1 . Сравнение выполните, рассмотрев конкретный пример. Полный объем цилиндра для обоих циклов в относительных единицах примите равным $\frac{V_1}{V_0} = 30$. Показатель адиабаты $k = 1,67$.

Степень сжатия для цикла Отто $\varepsilon_v = 5$.

4.1 На подготовленном для Вас бланке постройте графики данных циклов. (На данных бланках указаны изотермы для максимальной и минимальной температур в данных циклах).

4.2 Используя формулы, полученные Вами в пп. 1.2 и 2.2 рассчитайте термический КПД данных циклов.



Решение

Задача 10-2

0. Уравнение адиабаты С учётом уравнения состояния идеального газа уравнение адиабаты может быть преобразовано к виду

$$T^k \cdot p^{(1-k)} = \text{const} \quad \text{Или к виду} \quad T \cdot V^{(k-1)} = \text{const}$$

1. Цикл Отто 1.1 Найдем параметры рабочего тела во всех характерных точках цикла.
Точка 2

$$V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}$$

откуда получаем

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

Точка 3.

$$V_3 = V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} \quad p_3 = p_2 \lambda = p_1 \varepsilon^k \lambda \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda$$

откуда получаем

$$T_3 = T_2 \lambda = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} =$$

Точка 4.

$$V_4 = V_1 \quad p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^k = p_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k = \frac{p_3}{\varepsilon^k} = p_1 \lambda$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{k-1} = \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

откуда получаем

$$T_4 = T_3 \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = T_1 \varepsilon^{k-1} \lambda \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = T_1 \lambda$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k = \frac{p_2}{p_1} = p_1$$

1.2 Количество подведенной и отведенной теплоты определяются по формулам:

$$q_1 = C_V(T_3 - T_2), \quad |q_2| = C_V(T_4 - T_1)$$

или

$$q_1 = U_3 - U_2 = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2), \quad |q_2| = U_4 - U_1 = \frac{3}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1)$$

Подставляя эти значения теплот в формулу для термического КПД, получим:

$$\begin{aligned} \eta_t &= 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{c_V(T_4 - T_1)}{c_V(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad \text{или} \quad \eta_t = 1 - \frac{p_4 V_4 - p_1 V_1}{p_3 V_3 - p_2 V_2} \\ &= 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_V(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \\ &= 1 - \frac{p_4 V_4 - p_1 V_1}{p_3 V_3 - p_2 V_2} \end{aligned}$$

С учетом найденных значений параметров формула для КПД примет вид

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

2. Цикл Дизеля

2.1 Параметры рабочего тела в характерных точках цикла будут:

Точка 2

$$V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = p_1 \varepsilon^k, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}$$

откуда получаем

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

Точка 3

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1 \varepsilon^k}{T_1 \varepsilon^{k-1}} = \frac{p_1 \varepsilon}{T_1} = \frac{\rho V_1}{T_1}$$

$$V_3 = \rho V_2 = \frac{\rho V_1}{\varepsilon}, \quad p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^k, \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \rho$$

откуда получаем:

$$T_3 = \rho T_2 = T_1 \rho \varepsilon^{k-1}$$

Точка 4

$$\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_3}{T_3} = \frac{p_1 \varepsilon^k}{T_1 \rho \varepsilon^{k-1}} = \frac{p_1 \varepsilon}{T_1} = \frac{\rho V_1}{T_1}$$

$$V_4 = V_1, \quad p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^k = p_1 \varepsilon^k \left(\frac{\rho V_1}{\varepsilon V_1} \right)^k = p_1 \rho^k,$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{k-1} \quad \text{Так как} \quad \frac{V_3}{V_1} = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad \text{то}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right)^{k-1} = T_1 \rho \varepsilon^{k-1} \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right)^{k-1} = T_1 \rho^k$$

2.2 Количество подведенной и отведенной теплот определяются по формулам:

$$q_1 = C_p(T_3 - T_2), \quad |q_2| = C_V(T_4 - T_1)$$

или

$$q_1 = U_3 - U_2 + A_{23} = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) + p_3(V_3 - V_2),$$

$$|q_2| = U_4 - U_1 = \frac{3}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1)$$

Термический КПД цикла в предположении постоянства теплоемкостей C_p и C_V и их отношения

$$\eta = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{k(T_3 - T_2)}$$

$$k = \frac{C_p}{C_V} \quad \text{будет:} \quad \eta_t = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{k(T_3 - T_2)} \quad \text{или}$$

Подставляя полученные значения температур в формулу для термического КПД, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)}$$

3. Сравнение циклов Отто и Дизеля

4.1 Определим параметры P/P_0 и V/V_0 для характерных точек обоих циклов.

Цикл Отто

$\frac{V_1}{V_0} = 30,0$ - по условию, $\frac{P_1}{P_0} = 1,00$ - по графику изотермы для $T_{\min}$, так как в точке 1 температура и давление должны быть минимальны.

Так как степень сжатия для цикла Отто $\varepsilon_V = 5,00$, то $\frac{V_3}{V_0} = \frac{V_2}{V_0} = 6,00$. В точке 3 давление должно быть максимальным. В цикле Отто максимальному давлению соответствует максимальная температура. По графику изотермы для $T_{\max}$ находим $\frac{P_3}{P_0} = 30,0$

Используя уравнение адиабаты, найдём $\frac{P_2}{P_0}$ и $\frac{P_4}{P_0}$.

$$\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k$$

$$\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k, \quad \frac{P_2}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} \varepsilon^k = 1,00 \cdot 5,00^{1,67} = 14,7$$

$$\frac{P_4}{P_0} \left(\frac{V_4}{V_0} \right)^k = \frac{P_3}{P_0} \left(\frac{V_3}{V_0} \right)^k$$

$$\frac{P_4}{P_0} \left(\frac{V_4}{V_0} \right)^k = \frac{P_3}{P_0} \left(\frac{V_3}{V_0} \right)^k, \quad \frac{P_4}{P_0} = \frac{P_3}{P_0} \frac{1}{\varepsilon^k} = \frac{30,0}{5,00^{1,67}} = 2,04$$

$$\frac{P_4}{P_0} = \frac{P_2}{P_0} \frac{1}{\varepsilon^k} = \frac{14,7}{5,00^{1,67}} = 2$$

$$\frac{V_4}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} = 30,0$$

Наносим точки с найденными параметрами на диаграмму и соединяем в цикл Отто. Точку 2 данного цикла обозначим 2_V . Целесообразно просчитать по несколько промежуточных точек на адиабатах 1-2 и 3-4 для более точного изображения этих процессов.

Цикл Дизеля.

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{P_3}{P_0} = 3$$

Исходя из условия, следует, что параметры точек 1, 3 и 4 циклов Отто и Дизеля будут совпадать. Для цикла Дизеля $\frac{P_2}{P_0} = \frac{P_3}{P_0} = 30,0$. Параметры объёма в точке 2 цикла Дизеля определим, используя уравнение адиабаты. Адиабата 1 – 2 цикла Отто должна лежать на адиабате 1 – 2 цикла Дизеля.

$$\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k \quad \frac{V_2}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} \left(\frac{P_1}{P_0} \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 30,0 \cdot \left(\frac{1}{30,0} \right)^{\frac{1}{1,67}} = 3,91$$

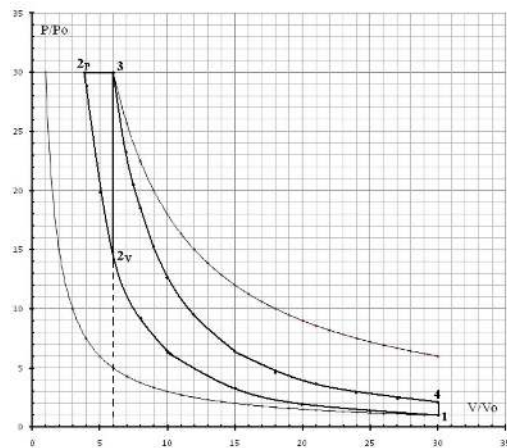
$$\frac{P_2}{P_0} \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^k = \frac{P_1}{P_0} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^k \quad \frac{V_2}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} \left(\frac{P_1}{P_0} \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{1}{k}} =$$

Наносим точку 2 цикла Дизеля на диаграмму и достраиваем данный цикл. Точку 2 цикла Дизеля обозначим 2_p .

$$\eta_{tD} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{5,00^{1,67-1}} = 0,0$$

4.2 Термический КПД цикла Отто: $\eta_{tV} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{5,00^{1,67-1}} = 66,0\%$

Для расчёта термического КПД цикла Дизеля необходимо определить степень сжатия ε_p и



степень предварительного

$$\varepsilon_p = \frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{V_0}{V_{2p}} = \frac{30,0}{3,91} =$$

$$\rho = \frac{V_3}{V_{2p}} = \frac{6,00}{3,91} = 1,5$$

степень предварительного расширения ρ .

$$\varepsilon_p = \frac{30,0}{3,91} = 7,67$$

$$\varepsilon_p = \frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{V_0}{V_{2p}} = \frac{30,0}{3,91} = 7,67$$

$$\rho = \frac{V_3}{V_{2p}} = \frac{6,00}{3,91} = 1,53$$

$$\eta_{tp} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)} = 1 - \frac{1,53^{1,67} - 1}{1,67 \cdot 7,67^{1,67-1} \cdot (1,53 - 1)} = 70,2$$

$$\eta_{tp} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\varepsilon^{k-1}(\rho - 1)} = 1 - \frac{1,53^{1,67} - 1}{1,67 \cdot 7,67^{1,67-1} \cdot (1,53 - 1)} = 70,2$$