

Условие

Задача 10- 2. Слоистые резисторы

Современные нанотехнологии позволяют создавать синтетические материалы с заданными физическими свойствами. Рассмотрим слоистый резистор в форме цилиндра длиной $l = 20$ см и радиусом $a = 2,0$ см, удельное сопротивление ρ материала которого изменяется от слоя к слою. Электрический ток пропускается между торцами цилиндра при помощи хорошо проводящих контактов, подключенных к источнику постоянного напряжения $U = 1,5$ В. Будем считать, что при нагревании проводника его удельное сопротивление остается постоянным. Порядок напыления слоёв может быть различным.

Примечание: согласно уравнению Фурье количество теплоты ΔQ , переносимое в некоторой среде вдоль оси Ox через площадку S за промежуток времени Δt равно

$$\Delta Q = -\gamma \frac{\Delta T}{\Delta x} S \Delta t, \text{ где } \gamma = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}/(^{\circ}\text{С} \cdot \text{м}) - \text{теплопроводность рассматриваемого материала (считай}$$

1. «Трубчатая структура» В этом варианте напыления слои следуют друг за другом от оси цилиндра, подобно системе тонкостенных трубок, вложенных одна в одну (см. рис). Радиусы слоев при этом постепенно увеличиваются. Напыляемый материал подбирается так, что удельное сопротивление $\rho(r)$ резистора увеличивается прямо пропорционально расстоянию r от данного слоя до оси цилиндра $\rho(r) = \alpha \cdot r$, где $\alpha = 6,4$ Ом – постоянная размерная величина.



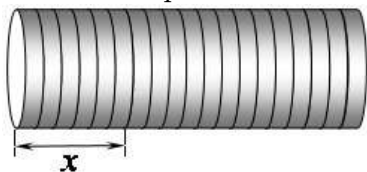
де
ю
м



1.1. Вычислите сопротивление R_1 такого резистора.

1.2. Найдите также силу тока I_1 и мощность выделяющейся теплоты P_1 при подключении этого резистора к источнику напряжения $U = 1,5$ В. Какая часть цилиндра больше нагреется при прохождении тока?

1.3. Найдите максимальную температуру $T_{\max 1}$ внутри резистора, если температура на его поверхности поддерживается постоянной и равной $T_0 = 20^{\circ}\text{С}$. Считайте, что торцы цилиндра теплоизолированы.



2. «Блинная структура» При таком напылении тонкие слои одинакового поперечного сечения чередуются подобно «блинам», положенным друг на друга (см. рис). Рассмотрим слоистый резистор такой структуры, что его удельное сопротивление ρ линейно увеличивается с расстоянием x от правого края так, что $\rho(x) = \alpha \cdot x$, где $\alpha = 6,4$ Ом – постоянная размерная величина.

2.1. Вычислите сопротивление R_2 такого резистора.

2.2. Найдите также силу тока I_2 и мощность теплоты P_2 , выделяющейся на данном резисторе, при его подключении к источнику напряжения $U = 1,5$ В. Какая часть цилиндра нагреется больше при прохождении тока?

2.3. Найдите максимальную температуру $T_{\max 2}$ внутри резистора, если температура его левого торца поддерживается постоянной $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Считайте, что боковая поверхность цилиндра и его правый торец теплоизолированы.

2.4. Вычислите электрический заряд q^* , накопившийся внутри резистора в установившемся режиме протекания тока.

Подсказка (может понадобится!). Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком параболической зависимости $y(x) = a(1 - \frac{x^2}{l^2})$ и осью абсцисс (см. рис) на участке $(0; +l)$ вычисляется по формуле $S = \frac{2}{3}al$.

