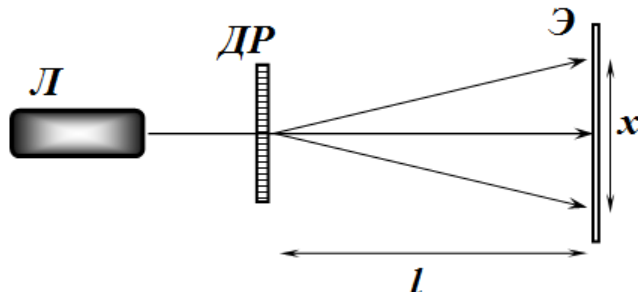


Условие

Задача 11-2 Оптический коллаж.

Приборы и оборудование: лазер с источником питания, рассеивающая линза, дифракционная решетка (100 штрихов на миллиметр), экран, линейка, пленка с нанесенными изображениями, транспортир, пластилин.

Часть 1. Определение длины волны.



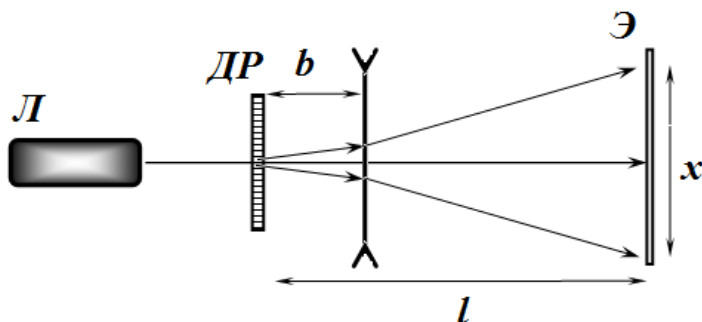
Установите дифракционную решетку (ДР) строго перпендикулярно лучу лазера (Л). Укажите, как вы добивались строго перпендикулярности. Далее лазер и решетку не двигайте (можете закрепить их с помощью кусочков пластилина). За решеткой расположите экран (Э) также параллельно плоскости. На экране наблюдается несколько максимумов интенсивности дифрагировавшего света.

1.1 Измерьте зависимость расстояния между симметричными максимумами первого порядка x от расстояния L между решеткой и экраном. Постройте график полученной зависимости.

1.2 Используя полученные данные, рассчитайте длину волны излучения лазера.

Часть 2. Фокусное расстояние линзы.

Расположите между дифракционной решеткой и экраном рассеивающую линзу. Расстояние до экрана l можете при необходимости изменить. Укажите, при каком l проводили дальнейшие измерения.



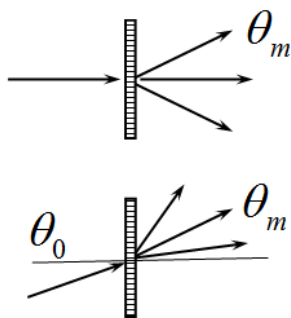
2.1 Измерьте зависимость расстояния между первыми максимумами на экране x от расстояния b между решеткой и линзой. Постройте график полученной зависимости.

При смещении линзы добивайтесь, чтобы центральный максимум оставался на одном месте.

2.2 Используя полученные данные, рассчитайте фокусное расстояние линзы. Приведите формулы, с помощью которых Вы проводили расчеты.

Часть 3. Наклонное падение света на решетку.

При нормальном падении света на дифракционную решетку направления на главные максимумы определяется известной формулой $d \sin \theta_m = m\lambda$.



3.1 Получите формулу, описывающую направления на главные максимумы θ_m , если свет падает на решетку под углом θ_0 . (все углы отсчитываются от нормали к решетке).

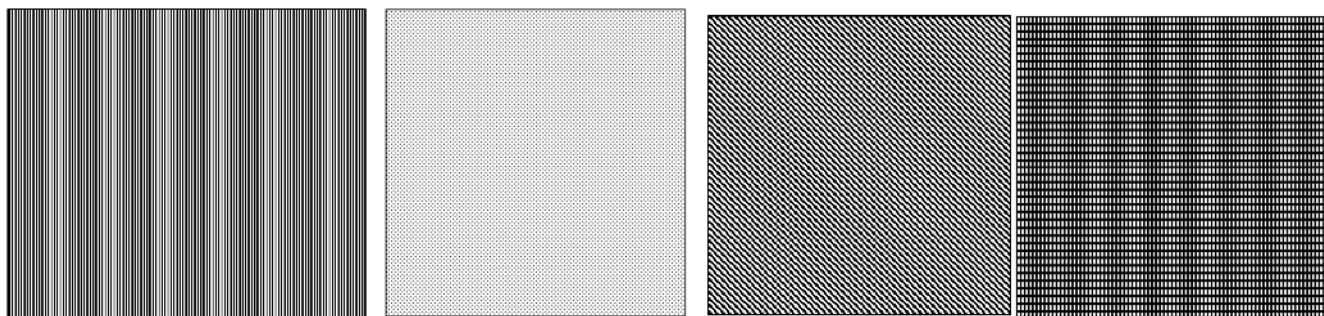
Расположите решетку на угломерном лимбе (транспортир). Теперь вы можете поворачивать решетку на произвольный угол.

3.2 Проведите необходимые Вам измерения, на основании которых подтвердите правильность полученной Вами в п. 3.1 формулы. Приведите схему использованной Вами установки, укажите ее параметры. Свой вывод обоснуйте формулами, расчетами, графиками.

Часть 4. «Криминалистическая»

На выданной Вам пленке нанесены прямоугольники с мелким узором (трудно различимым невооруженным глазом). Если поставить этот узор на пути лазерного луча, то свет будет дифрагировать, образуя на экране дифракционную картину. Для ее увеличения можете использовать плоское зеркало (для увеличения расстояния от пленки до экрана).

4.1 Получите дифракционные картины от всех 4 прямоугольников. Схематически нарисуйте их. Опишите (и нарисуйте) какой узор нанесен на каждый прямоугольник. Определите геометрические характеристики (углы, размеры, или хотя бы пропорции элементов) этих узоров.



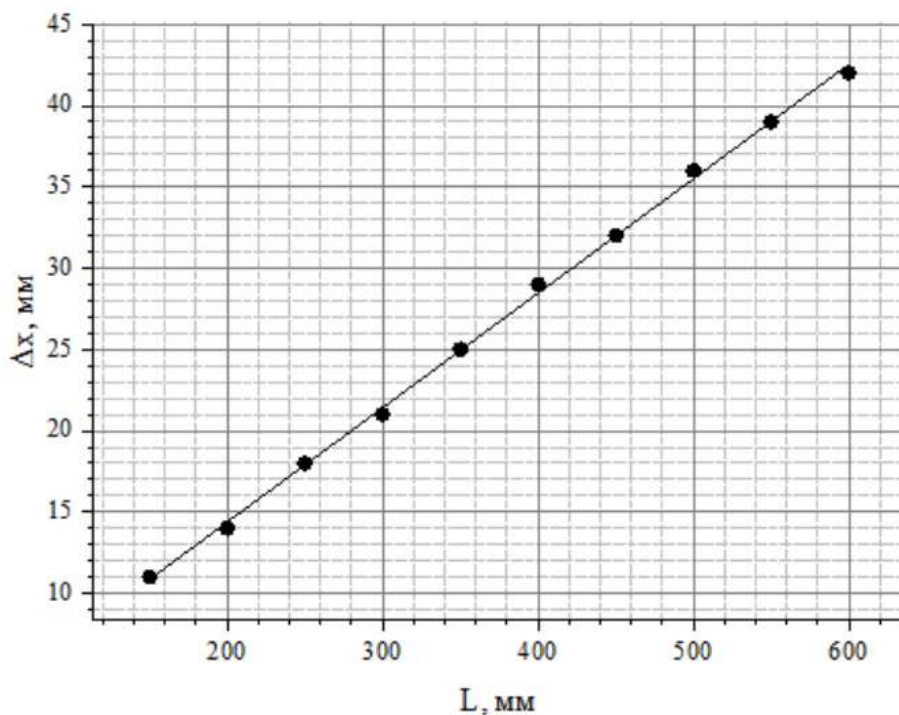
Решение

Задача 11-2 Оптический коллаж.

Часть 1. Определение длины волны.

1.1 Результаты измерений в таблице и на графике

N	L , мм	Δx , мм
1	600	42
2	550	39
3	500	36
4	450	32
5	400	29
6	350	25
7	300	21
8	250	18
9	200	14
10	150	11



коэффициент наклона равен $\frac{\lambda}{d}$. Нетрудно с помощью МНК
 иент наклона **0,070**, а значит $\lambda = \mathbf{0,70}$ мкм.

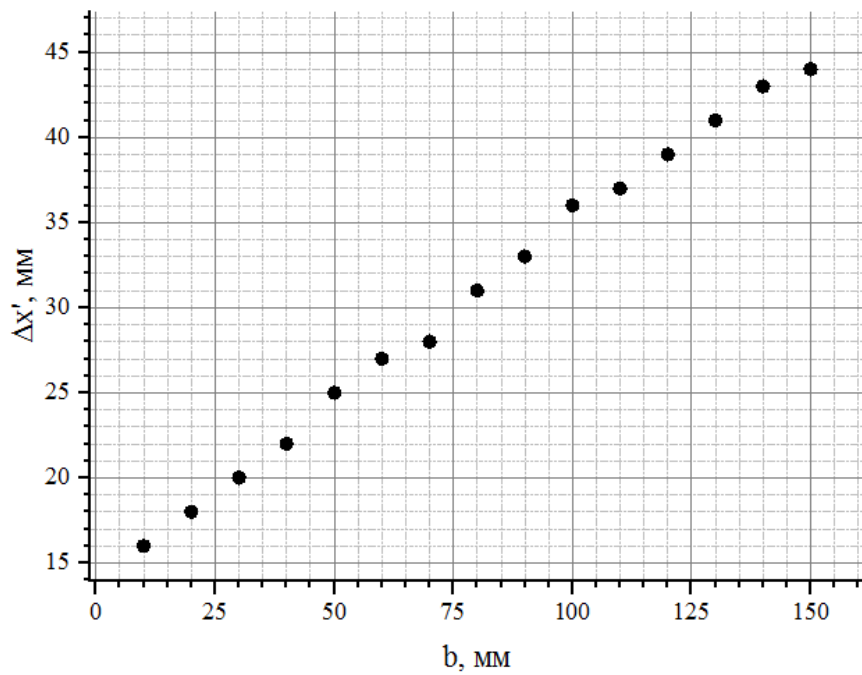
$$d \frac{\Delta x}{L} = \lambda$$

Так как $d \frac{\Delta x}{L} = \lambda$, то коэффициент наклона равен $\frac{\lambda}{d}$. Нетрудно с помощью МНК определить коэффициент наклона 0,070, а значит $\lambda = 0,70$ мкм.

Часть 2. Фокусное расстояние линзы.

2.1 Измерьте зависимость расстояния между первыми максимумами на экране x от расстояния b между решеткой и линзой. Постройте график полученной зависимости. Результаты измерений в таблице и на графике. Измерения проведены при l равным 20 см

N	$b, \text{ мм}$	$\Delta x'(b)$
1	150	44
2	140	43
3	130	41
4	120	39
5	110	37
6	100	36
7	90	33
8	80	31
9	70	28
10	60	27
11	50	25
12	40	22
13	30	20
14	20	18
15	10	16
16	0	14



Вывод формулы для расчета фокусного расстояния. На рисунке показан ход луча через рассеивающую линзу. Из рисунка можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d}{b} = \frac{\Delta x}{b+l} \\ \frac{d}{b(b+f)} = f \frac{\Delta x' - d}{l} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = 1 + \frac{bl}{f(b+l)}.$$

Из рисунка можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d}{b} = \frac{\Delta x}{b+l} \\ \frac{d}{b(b+f)} = f \frac{\Delta x' - d}{l} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = 1 + \frac{bl}{f(b+l)}.$$

Произведем линеаризацию

Произведем линеаризацию полученной ранее зависимости. Так как

$$\Delta x = \frac{\lambda(b+l)}{d}, \text{ то } \frac{d\Delta x'}{\lambda(b+l)} = 1 + \frac{bl}{f(b+l)}.$$

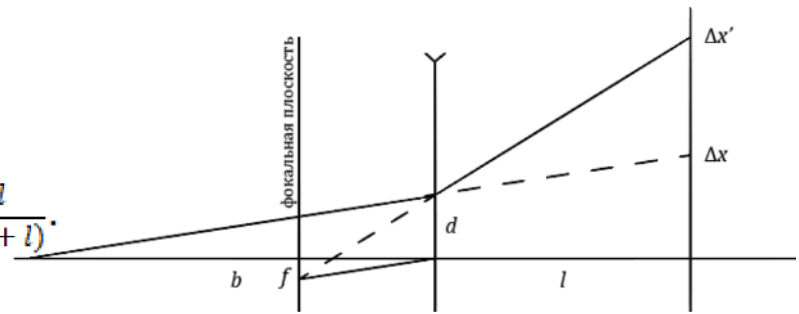
$$\frac{d\Delta x'}{\lambda(b+l)} = 1 + \frac{bl}{f(b+l)}.$$

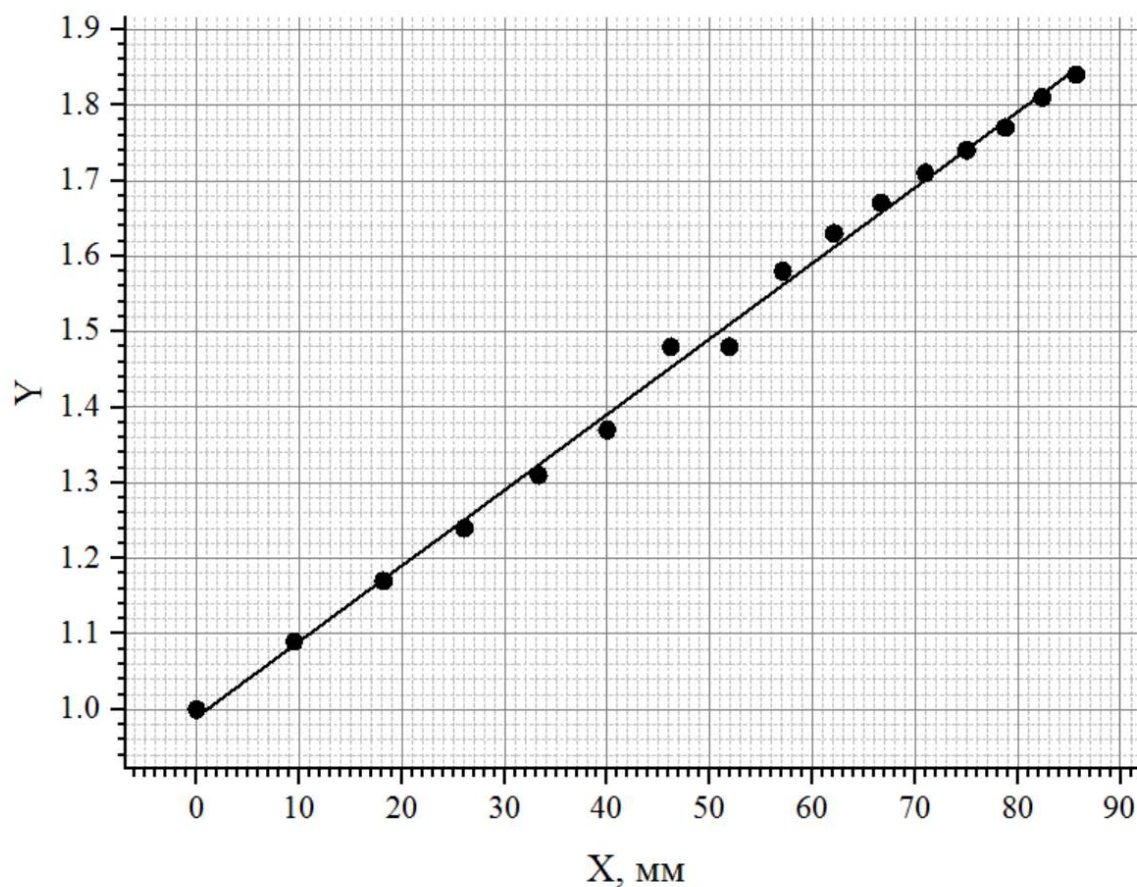
$$X = \frac{bl}{(b+l)}, Y = \frac{d\Delta x'}{\lambda(b+l)}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda(b+l)}{d}$$

Произведем замену $X = \frac{bl}{(b+l)}, Y = \frac{d\Delta x'}{\lambda(b+l)}$. Для зависимости $Y(X)$ коэффициент наклона будет равен f^{-1} . Результаты расчетов и линеаризованный график – на рисунке.

N	Y	X, мм
1	1.84	85.7
2	1.81	82.4
3	1.77	78.8
4	1.74	75.0
5	1.71	71.0
6	1.67	66.7
7	1.63	62.1
8	1.58	57.1
9	1.48	51.9
10	1.48	46.2
11	1.37	40.0
12	1.31	33.3
13	1.24	26.1
14	1.17	18.2
15	1.09	9.5
15	1.00	0.0





0.010 , следовательно фокусное расстояние $f = 10$ см .

По МНК получаем коэффициент наклона 0,010, следовательно фокусное расстояние $f = 10$ см. **Часть 3. Наклонное падение света на решетку.** Не сложно показать, что условие максимума дифракции при наклонном падении на решетку имеет вид

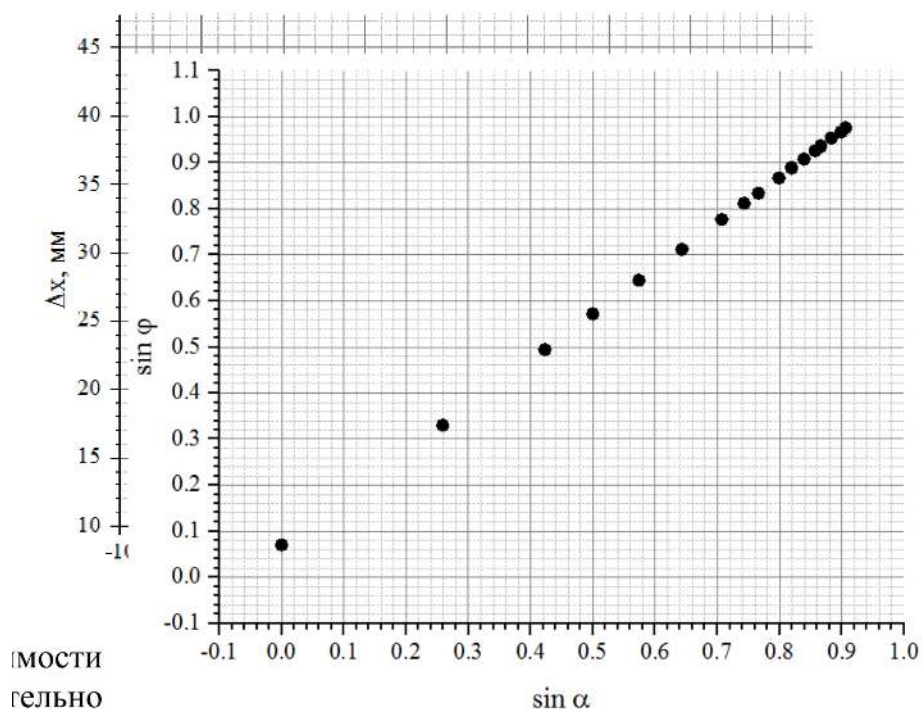
$$d(\sin \varphi - \sin \alpha) = m\lambda$$

Таким образом, синус угла дифракции первого порядка, отсчитываемый от нормали к решетке, связан с углом падения соотношением

$$\sin \varphi = \sin \alpha \pm \frac{\lambda}{d}$$

Т.е. линейно связан с синусом угла падения, причем коэффициент наклона равен 1. В следующей таблице приведен график зависимости смещения луча первого максимума от угла поворота дифракционной решетки. Рядом приведен график полученной зависимости (этот график не обязателен). Измерения проведены при $L = 20$ см

N	$\alpha, ^\circ$	Δx
1	0	14
2	15	15
3	25	16
4	30	17
5	35	18
6	40	19
7	45	21
8	48	22
9	50	23
10	45	21
11	48	22
12	50	23
13	53	25
14	55	27
15	57	29
16	59	31
17	60	33
18	62	37
19	64	40
20	65	44



По этим данным можно построить график зависимости $\sin \varphi$ от $\sin \alpha$ (предварительно надо рассчитать синусы углов дифракции). Этот график приведен на рисунке. Полученная зависимость является практически линейной. Ее параметры рассчитаны по МНК. Коэффициент наклона равен 0,996 (что в пределах погрешности совпадает с 1), а величина сдвига равна 0,072, что очень близко к теоретическому значению $\frac{\lambda}{d} = \frac{0,7 \cdot 10^6}{0,01 \cdot 10^{-3}} = 0,07$.

Таким образом, экспериментально формула полностью подтверждается!