

Условие

Задача 9-3. Опыты Джоуля

Долгое время (более 200 лет с начала ее изучения) природа теплоты была не известна. Основной теорией теплоты являлась теория *теплорода*. Согласно этой теории теплота есть некая невесомая жидкость, заполняющая все нагретые тела; передача теплоты есть простое перетекание теплорода из одного тела к другому и т.д.

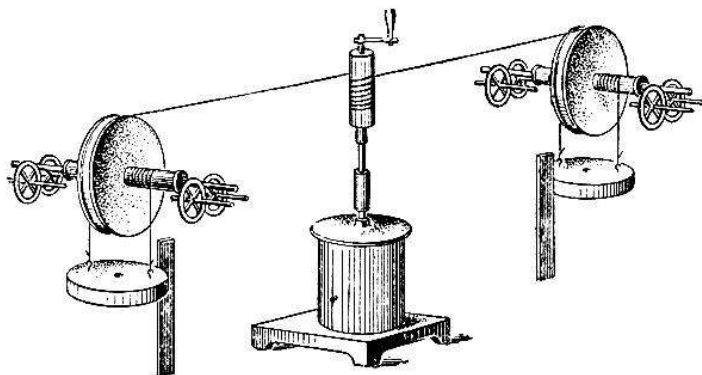
Только в середине XIX века утвердилось «механическая теория теплоты» согласно этой теории теплота (точнее, тепловая или внутренняя энергия) есть кинетическая энергия движения молекул и потенциальная энергия их взаимодействия.



Важнейшую роль в развитии механической теории теплоты сыграли тщательные эксперименты, выполненные английским физиком Дж. П. Джоулем, результаты которых были опубликованы в 1847 году. Основная цель этих экспериментов – измерение, так называемого, *механического эквивалента теплоты*.

Еще когда природа теплоты была неизвестна, для ее измерения была введена специальная единица измерения – калория, количество теплоты которое требуется для нагревания 1 грамма воды на 1 градус Цельсия. Следовательно, теплоемкость воды равна $c_0 = 1 \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ (точно, по определению). Но так, как теплота есть мера энергии, то она должна измеряться в единицах измерения энергии и работы (в системе СИ – это Джоуль). Таким образом, основной задачей Дж. П. Джоуля являлось установление количественного соотношения между единицей теплоты *калорией* и единицей механической энергии *Джоулем*².

Схема установки Джоуля показана на рисунке. В медном баке с водой находилась система латунных лопастей, которые приводились во вращение с помощью системы опускающихся грузов, нитей и блоков.



Высота, с которой опускались грузы, их масса легко измеряемы. Также тщательно измерялось

изменение температуры воды из-за вязкого трения лопастей. По этим экспериментальным данным можно рассчитать искомую величину механического эквивалента теплоты.

0. Пусть грузы общей массы m опустились на высоту h , при этом вода массы m_0 нагрелась на Δt градусов Цельсия. Пренебрегая всеми теплоты и механической энергии, получите формулу для удельной теплоемкости воды c_0 , выраженной в единицах механической энергии.

² Конечно, сам Дж. П. Джоуль использовал английскую систему мер. Так механическую работу он измерял в футо-фунтах – энергия которая требуется, чтобы поднять 1 фунт на высоту в 1 фут, температура измерялась в градусах Фаренгейта, масса измерялась в гранях и т.д. Для упрощения вашей работы все численные данные, приведенные в условии данной задачи (взятые непосредственно из работы Дж. П. Джоуля) переведены в привычные для вас единицы измерения.

Однако такой подход приводит к слишком большим систематическим ошибкам. Дж. П. Джоуль был великолепным экспериментатором, поэтому в своей работе он учел многочисленные поправки, рассчитать которые по данным Дж. П. Джоуля предстоит и вам. Вопросы задачи выделены рамками. В ответе на каждый вопрос приведите расчетную формулу и численный результат с необходимым числом значащих цифр.

1. Теплоемкость системы.

Масса медного бака $m_1 = 1655,0$ г. Лопастей состоят из латуни (сплава меди и цинка) и содержат $m_2 = 969,90$ г меди и $m_3 = 254,85$ г цинка. Масса воды в баке $m_0 = 6041,11$ г. Отношение удельной теплоемкости меди к удельной теплоемкости воды равно $\frac{c_{Cu}}{c_w} = 0,09512$, а отношение удельной теплоемкости цинка к удельной теплоемкости воды $\frac{c_{Zn}}{c_w} = 0,09555$.

1. Найдите эффективную массу воды M_0 , то есть массу воды, которая имеет такую же теплоемкость, как теплоемкость бака с водой и лопастями.

2. Нагрев воды и теплообмен с окружающей средой.

Прочитайте работу Дж. П. Джоуля. *Метод проведения опытов состоял в следующем. Определялась температура прибора трения³, грузы удерживались в подвешенном состоянии, ... определялось точное положение грузов над землей, вал освобождался и ему давали возможность вращаться до тех пор, пока грузы не достигали вымощенного плитками пола лаборатории, опускаясь примерно на 63 дюйма. ... После того, как эта процедура повторялась 20 раз, эксперимент завершался новым наблюдением температуры прибора. Средняя температура лаборатории определялась в начале, середине и при завершении каждого эксперимента. Непосредственно перед каждым опытом или сразу после него я проводил проверку воздействия передачи теплоты телу из атмосферы, или в обратном направлении... При этих проверках положение аппарата, количество содержащейся в нем воды, **время проверки****, **метод наблюдения термометров, положение экспериментатора – короче говоря, все условия, за исключением того, что аппарат покоился, были такими же, как и в экспериментах, в которых наблюдался эффект трения.**

Результаты одной из серий экспериментов приведены в Таблице 1. Все температуры приведены в градусах Цельсия

Эксперимент	Общая высота опускания грузов (м)	Средняя температура воздуха	Температура прибора в начале опыта	Температура прибора в конце грузов (м) воздуха начале опыта опыта
С вращением	31,927	14,277	12,843	13,208
Без вращения	0	14,371	13,208	13,268

2.1 Рассчитайте по этим данным, на сколько градусов нагрелась бы вода, если бы не было теплообмена с окружающей средой.

³ 3

3. Ускорение свободного падения и потери механической энергии.

По утверждению Дж. П. Джоуля кинетическая энергия тела, движущегося со скоростью $v =$

2,420 $\frac{\text{дюйм}}{\text{с}}$, равна потенциальной энергии того же тела, поднятого на высоту $h = 0,00760$ дюйм.
3.1 Рассчитайте по этим данным ускорение свободного падения в лаборатории. (1 дюйм = 2,540 см).

Общая масса опускающихся грузов равна $M_1 = 26317,9$ г. Для учета сил трения в осях блоков и оси вала были проведены дополнительные измерения. Если отсоединить лопасти, то для того, чтобы грузы пришли в движение на один из них необходимо положить дополнительный перегрузок массы $\Delta m = 183,8$ г.

3.2 Найдите механическую энергию (в Джоулях) опускающихся грузов, пошедшую на нагревания бака с водой.

4. Механический эквивалент теплоты.

4. Используя все приведенные и полученные вами данные, рассчитайте, чему равна 1 калория в Джоулях.

Решение

Задача 9-3. Опыты Джоуля

0. Уравнение закона сохранения энергии в данном случае имеет вид

$$c_0 m_0 \Delta t = mgh. \quad (1)$$

Из этого уравнения следует, что

$$c_0 = \frac{mgh}{m_0 \Delta t}. \quad (2)$$

1. Теплоемкость системы является аддитивной величиной, поэтому общую теплоемкость можно представить следующим образом

$$c_{Cu}(m_1 + m_2) + c_{Zn}m_3 + c_w m_0 = C_w M_0. \quad (3)$$

Тогда эффективная масса воды оказывается равной

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{c_{Cu}}{c_w}(m_1 + m_2) + \frac{c_{Zn}}{c_w}m_3 + m_0 = \\ &= 0,09512 \cdot (1655,0 + 969,9) + 0,09555 \cdot 254,85 + 6041,11 = 6315,14 \text{ г}. \end{aligned} \quad (4)$$

2.1 Обратим внимание, что в данной серии экспериментов температура окружающего воздуха была выше, чем температура воды в баке, поэтому вода дополнительно получала теплоту от воздуха. При наличии теплообмена с воздухом уравнение теплового баланса имеет вид

$$C \Delta t_w = Q_0 + Q_1, \quad (5)$$

где C - общая теплоемкость бака с водой, $\Delta t_w^{(1)}$ - изменение температуры воды в опыте с вращением лопастей (первая строка в таблице), Q_0 - количество теплоты, выделившейся из-за вращения лопастей, Q_1 - количество теплоты, полученной посредством теплообмена с воздухом. При отсутствии теплообмена воды бы нагрелась на величину Δt^* , которая определяется выражением

$$C \Delta t_w^* = Q_0 = C \Delta t_w^{(1)} - Q_1, \quad (6)$$

Разумно предположить, что величина Q_1 пропорциональна разности между средней температурой воздуха и средней температурой воды в ходе опыта

$$Q_1 = \gamma (t_{\text{возд}}^{(1)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(1)}) . \quad (7)$$

Для определения коэффициента пропорциональности в этом выражении следует воспользоваться результатами опыта без вращения лопастей. В этом опыте уравнение теплового баланса имеет вид

$$C\Delta t_w^{(2)} = Q_1^{(2)} = \gamma (t_{\text{возд}}^{(2)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(2)}) . \quad (8)$$

Следовательно, коэффициент теплопередачи равен

$$\gamma = \frac{C\Delta t_w^{(2)}}{(t_{\text{возд}}^{(2)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(2)})} . \quad (9)$$

Подставляя выражения (7) и (9) в формулу (6), получим

$$C\Delta t_w^* = Q_0 = C\Delta t_w^{(1)} - Q_1 = C\Delta t_w^{(1)} - \gamma (t_{\text{возд}}^{(1)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(1)}) = C\Delta t_w^{(1)} - \frac{C\Delta t_w^{(2)}}{(t_{\text{возд}}^{(2)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(2)})} (t_{\text{возд}}^{(1)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(1)}) . \quad (10)$$

Таким образом, при отсутствии теплообмена вода бы нагрелась на

$$\begin{aligned} \Delta t_w^* &= \Delta t_w^{(1)} - \Delta t_w^{(2)} \frac{(t_{\text{возд}}^{(1)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(1)})}{(t_{\text{возд}}^{(2)} - \bar{t}_{\text{воды}}^{(2)})} = \\ &= (13,208 - 12,843) - (13,268 - 13,208) \frac{14,277 - \frac{13,208+12,843}{2}}{14,371 - \frac{13,268+13,208}{2}} = 0,298^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (11)$$

3.1 Приравнивая выражения для кинетической и потенциальной энергии, получим

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow g = \frac{v^2}{2h} = \frac{(2,420 \cdot 2,540)^2}{2 \cdot 0,00760 \cdot 2,540} \cdot 0,01 = 9,786 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} . \quad (12)$$

3.2 Наличие трения приводит к уменьшению эффективной массы грузов на величину Δm . Поэтому энергия, пошедшая на нагревание бака равна

$$E = (M_1 - \Delta m)gh = \frac{(26317,9 - 183,8)}{1000} \cdot 9,786 \cdot 31,927 = 8165,50 \text{ Дж} . \quad (13)$$

4. Подставляя все найденные величины в формулу для теплоемкости воды, получим

$$c_0 = \frac{E}{M_0 \Delta t^*} = \frac{8165,50 \text{ Дж}}{6315,14 \text{ г} \cdot 0,298^\circ\text{C}} = 4,336 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot ^\circ\text{C}} . \quad (14)$$

Это и есть численное значение энергии в 1 калорию, выраженную в джоулях.

Для интереса, отметим, что без учета всех поправок прямой расчет по формуле 1 приводит к значению $c_0 = 3,58 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot ^\circ\text{C}}$.

² Конечно, сам Дж. П. Джоуль использовал английскую систему мер. Так механическую работу он измерял в футо-фунтах – энергия которая требуется, чтобы поднять 1 фунт на

высоту в 1 фут, температура измерялась в градусах Фаренгейта, масса измерялась в гранах и т.д. Для упрощения вашей работы все численные данные, приведенные в условии данной задачи (взятые непосредственно из работы Дж. П. Джоуля) переведены в привычные для вас единицы измерения.

³ Имеется в виду бака с водой.