

Условие

Задача 10-2 Короткий толчок

Если на тело действует некоторая сила в течение малого промежутка времени Δt , очень часто используют **теорему об изменении импульса** тела (которая равносильна второму закону Ньютона): изменение импульса тела равно импульсу действующей силы:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \Delta t. \quad (1)$$

При этом пренебрегают смещением тела за время действия силы. Но в этом подходе скрыто противоречие: если скорость тела изменилась, то изменилась его кинетическая энергия. С другой стороны, справедлива **теорема о кинетической энергии**: изменение кинетической энергии тела, равно работе внешних сил:

$$\Delta E_{\text{кин.}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}. \quad (2)$$

Но если пренебречь смещением тела за время действия силы, то работа оказывается равной нулю (!), следовательно, энергия тела и его скорость не изменяется!

Продемонстрируйте свое понимание физики и используемых приближенных методов: покажите, что между этими теоремами никаких противоречий не возникает.

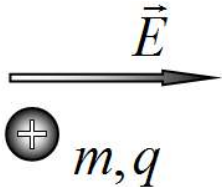
*Во всех частях задачи рассматривается движение небольшой частицы (материальной точки) массы m , имеющей постоянный электрический заряд q^{***} .*

Силой тяжести, силой сопротивления воздуха следует пренебрегать.***

В ходе решения вам необходимо использовать единственную приближенную формулу, справедливую при малых значениях безразмерной величины $x \ll 1$:

$$(1 + x)^\gamma \approx 1 + \gamma x, \quad (3)$$

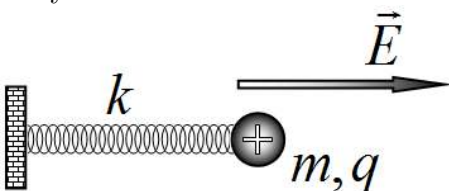
Эта формула справедлива при любых значениях показателя степени γ .



Часть 1. Постоянная сила.

Частица свободна и находится в состоянии покоя. На короткий промежуток времени τ включается постоянное электростатическое поле, напряженность которого равна E .

1.1 Используя теорему об изменении импульса (1), найдите скорость v_0 , которую приобретет частица за время включения электрического поля. Постройте схематический график зависимости скорости частицы от времени. 1.2 Найдите скорость частицы после выключения поля v_0 , используя теорему о кинетической энергии (2). Постройте схематический график зависимости скорости частицы от ее координаты. 1.3 Совпадают ли значения скорости v_0 , полученные в пп. 1.1 – 1.2?



Часть 2. Сила упругости.

Частицу прикрепили с помощью легкой непроводящей пружины жесткостью k к неподвижной стенке. Частица находится в состоянии покоя, затем на короткий промежуток времени τ включается постоянное электростатическое поле, напряженность которого постоянна (в течение указанного промежутка) равна $\vec{E}$ и направлена вдоль пружины. При решении этой задачи вам следует использовать два приближения (и сравнить их между собой).

Первое приближение: пренебрегаем смещением частицы за время действия поля τ

Второе приближение: учитываем смещение частицы, но пренебрегаем изменением ее ускорения, т.е. считаем, что она движется с постоянным ускорением, равным ускорению в начальный момент времени.

2.1 Используя *первое приближение*, найдите приближенное значение скорости частицы сразу после выключения поля $\tilde{\nu}_0$.

2.2 Используя теорему об изменении импульса (1), найдите значение скорости частицы сразу после выключения поля ν_0 во *втором приближении*.

2.3 Разность между найденными значениями служит оценкой погрешности первого приближения. Найдите (в виде формулы) относительную погрешность значения скорости $\tilde{\nu}_0$:

$$\varepsilon_\nu = \frac{\nu_0 - \tilde{\nu}_0}{\tilde{\nu}_0}. \quad (4)$$

2.4 Получите формулу для значения скорости ν_0 с помощью теоремы о кинетической энергии (2) во *втором приближении*.

2.5 Упростите формулу, полученную в п. 2.4, используя приближенную формулу (3). Сравните ее с формулой, полученной на основе теоремы об изменении импульса (п. 2.2). Совпадают ли они?

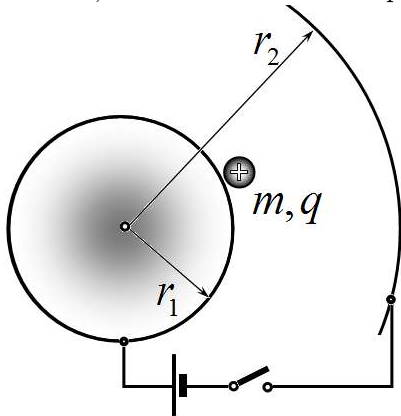
2.6 Какая из формул (п. 2.2 или п. 2.4) является правильной?

2.7 Найдите максимальное смещение частицы $\tilde{X}$ в процессе движения в **первом приближении**.

2.8 Найдите относительную погрешность найденного смещения, используя *второе приближение*.

Еще одна математическая подсказка:

*Если ускорение тела изменяется от времени по закону $a = bt^2$, то зависимость скорости от времени имеет вид $v = \frac{bt^3}{3}$, при этом зависимость координаты от времени $x = \frac{bt^4}{12}$. Предполагается, что начальная скорость и начальная координаты равны нулю.



Часть 3. Кулоновская сила.

Частицу поместили между обкладками сферического конденсатора. Конденсатор образован двумя концентрическими проводящими сферами, радиусы которых равны r_1, r_2 . Сначала частица касается внутренней сферы и находится в покое, затем на короткий промежуток

времени τ обкладки подключают к источнику постоянного напряжения U_0 . При этом тело приходит в движение.

3.1 Чему равна напряженность поля у поверхности внутренней сферы E_0 ?

3.2 Выразите напряженность поля в точке $E(r)$, находящейся между сферами на расстоянии r от их центра, через величину E_0 и геометрические размеры конденсатора. В дальнейших пунктах ответы выражайте через значение E_0 .

3.3 Найдите скорость частицы после выключения поля во втором приближении ν_0

3.4 Используя первое приближение, найдите время пролета частицы между обкладками конденсатора $\tilde{T}$. Во втором приближении время движения может быть представлено в виде $T = \tilde{T} + \beta\tau^n$, где β - некоторая константа. Чему равен порядок степени поправки n ? Доказывать приведенную формулу и определять коэффициент β не требуется.