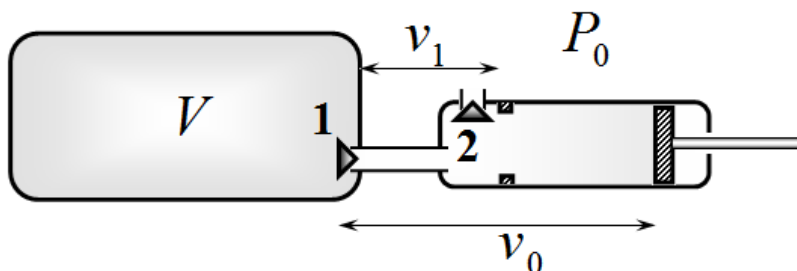


Условие

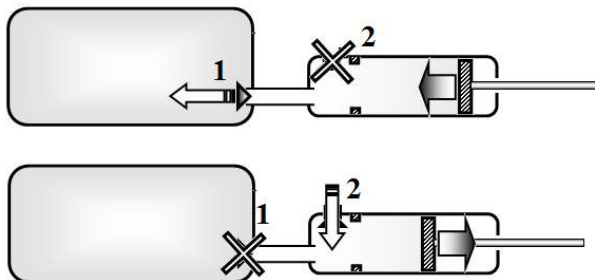
Задача 10-3 Насос



Поршневой насос состоит из цилиндрического сосуда с подвижным поршнем, соединенным с электромотором (на рисунке не показан). К цилиндру подключены два клапана 1 и 2. Каждый клапан можно считать идеальным: он пропускает газ (без сопротивления) в одну сторону и полностью перекрывает поток при изменении его направления. Насос подключают к сосуду, объем которого равен V . Электродвигатель заставляет поршень периодически перемещаться от начального положения (когда объем камеры равен v_0), до конечного положения (в котором объем камеры равен v_1) и обратно.

Численные значения параметров установки следующие: - объем сосуда $V = 20,00$ л; - полный объем камеры насоса $v_0 = 1,00$ л; - объем камеры при выдвинутом поршне («мертвое» пространство) $v_1 = 0,20$ л; - атмосферное давление $P_0 = 1,0 \text{ атм} = 1,0 \cdot 10^5$ Па;

Насос работает медленно, поэтому все процессы следует считать изотермическими. Трением и вязкостью воздуха можно пренебречь.



Часть 1. Накачка.

Для накачивания воздуха в сосуд клапаны устанавливают так, чтобы клапан 1 открывается, когда газ входит в сосуд (естественно, когда давление в камере насоса незначительно превышает давление в сосуде) и закрывается, не давая газу выходить из сосуда. Клапан два соединяет камеру насоса с атмосферой, он не дает выходить воздуху из камеры насоса и открывается, когда давление в камере насоса становится чуть ниже атмосферного давления. Обозначим P_k - давление в сосуде после k циклов работы насоса.

1.1 После совершения k циклов работы насоса давление в сосуде поднялось до значения P_k . Постройте схематический график процессов в камере насоса на диаграмме (P, v) , где P, v - давление и объем газа в камере. Началом цикла считайте положение полностью выдвинутого поршня (v_0) и давления в камере P_0

Запишите уравнения всех процессов $P(V)$, укажите начальные и конечные значения параметров газа на каждом участке цикла. Все результаты (в виде формул) занесите в таблицу 1.

Таблица 1. Цикл накачки.

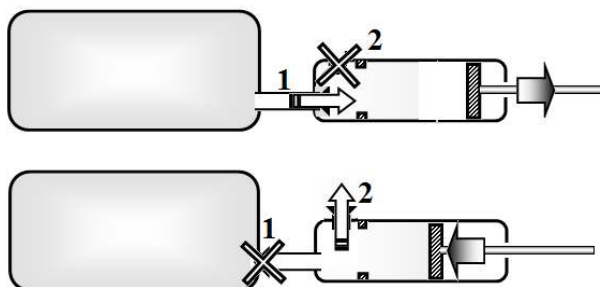
Процесс	Начальное состояние		Уравнение процесса	Конечное состояние	
	Объем	Давление		Объем	Давление
1 → 2					
2 → 3					
...					

1.2 Перед началом работы насоса давление в сосуде равно атмосферному давлению P_0 . На бланке 1 постройте графики двух первых циклов. Оцифровку оси давления проведите самостоятельно. В таблице укажите численные значения параметров в вершинах цикла. 1.3 Пусть давление в сосуде после k циклов равно $P_k = 2,0$ атм. На бланке 2 постройте график одного следующего цикла. Оцифровку оси давления проведите самостоятельно, она может отличаться от оцифровки предыдущего графика. В таблице укажите численные значения параметров в вершинах цикла. 1.4 Покажите, что давление в сосуде после k циклов P_k , может быть выражено через давление после $(k - 1)$ цикла P_{k-1} с помощью рекуррентной формулы

$$P_k = \gamma P_{k-1} + a, \quad (1)$$

Где γ, a - постоянные величины. Выразите значения параметров γ, a через характеристики установки v_0, v_1, V и атмосферное давление P_0 . 1.5 Найдите, до какого максимального давления $\bar{P}$ можно поднять давление в сосуде. 1.6 Обозначим $\delta_k = \bar{P} - P_k$ - отклонение давления в сосуде после k циклов от максимально возможного. Выразите величину δ_k через δ_{k-1} и параметры γ, a из формулы (1). 1.7 Получите формулу, описывающую в явном виде давление в сосуде P_k в зависимости от числа совершенных циклов k . Постройте схематический график этой зависимости. 1.8 Рассчитайте, сколько циклов должен совершить насос, чтобы давление в сосуде достигло значения $0,95\bar{P}$.

Часть 2. Откачка. Насос может, как накачивать воздух в сосуд, так и откачивать его из сосуда. Для этого только необходимо изменить направление пропускания клапанов (см. рис).



2.1 Пусть после k циклов давление в сосуде опустилось до значения P_k . Постройте схематический график цикла откачки воздуха из сосуда (P, v) , где P, v - давление и объем газа в камере. Началом цикла считайте положение полностью задвинутого поршня (v_1) и давление в камере насоса P_0 . Запишите уравнения всех процессов $P(V)$, укажите начальные и конечные значения параметров газа на каждом участке цикла. Все результаты (в виде формул) занесите в Таблицу 2, аналогичную Таблице 1.

2.2 Получите формулу, описывающую давление в сосуде P_k в зависимости от числа совершенных циклов k .

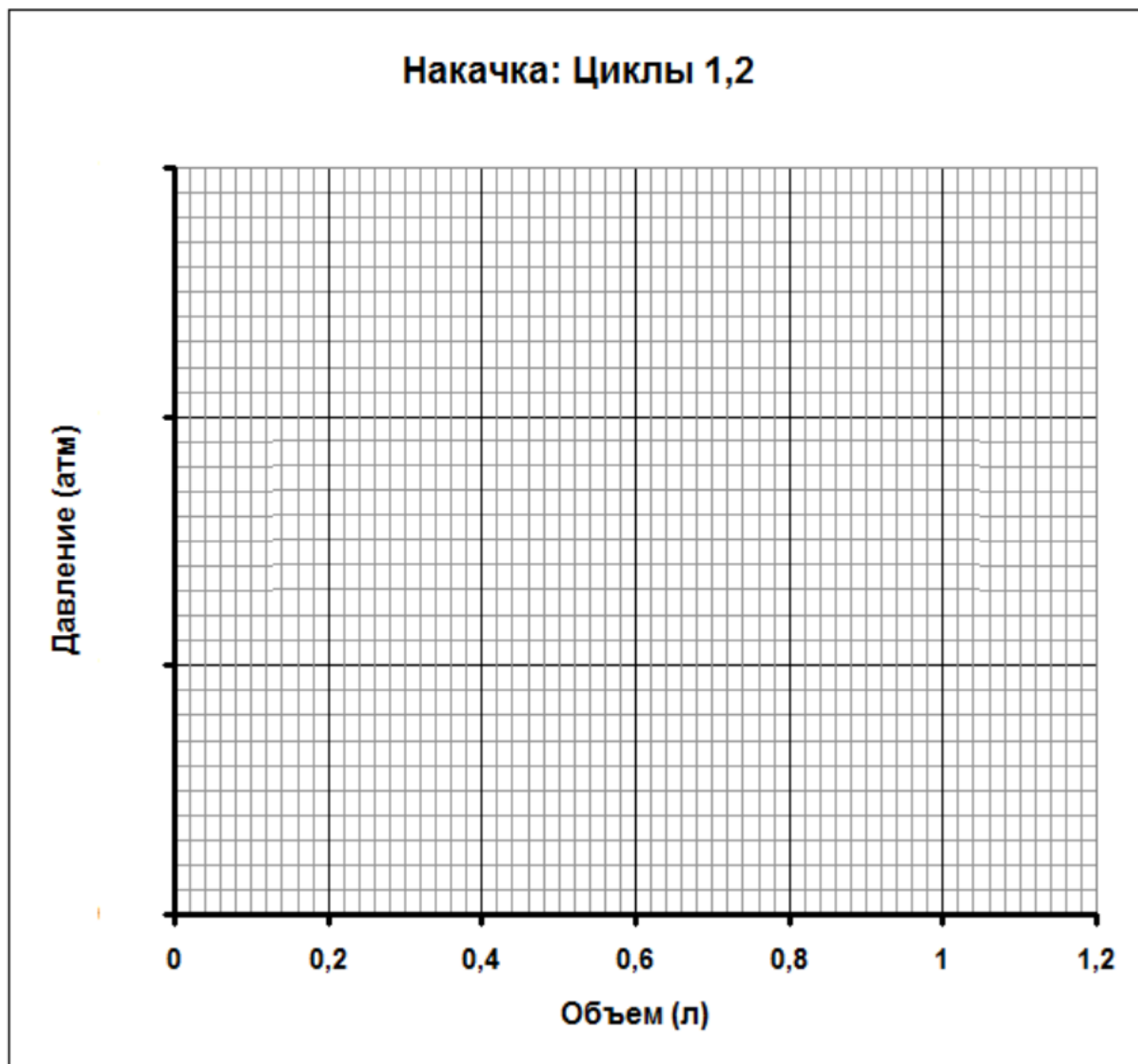
2.3 Рассчитайте, до какого значения понизится давление в сосуде после 50 циклов работы насоса. 2.4 До какого минимального значения можно понизить давление в сосуде?

Бланк к задаче 10-3 «Насос»

Циклы 1, 2

Таблица состояний.

Точка	Объем v (л)	Давление P (атм.)
Цикл 1		
Цикл 2		



****Цикл $(k + 1)$ ****

Таблица состояний.

Точка	Объем v (л)	Давление P (атм.)
-------	---------------	---------------------

Накачка: Цикл (k+1)

