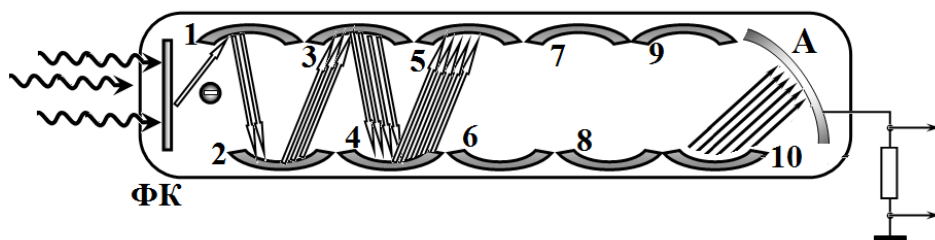


Условие

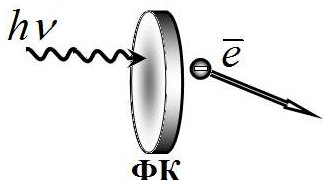
Задача 11-2 Фотоэлектронный умножитель (ФЭУ)

Фотоэлектронный умножитель (ФЭУ) – электронный прибор, используемый для регистрации слабых световых потоков. Схематически устройство ФЭУ показано на рисунке



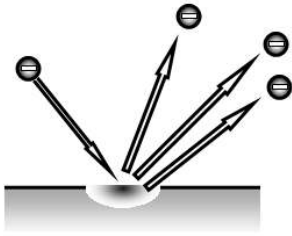
В сосуде, из которого полностью откачан воздух, расположен *фотокатод* (ФК), 10 одинаковых динодов (металлических пластин, покрытых слоем окисла) и *собирающий анод* (А). Все эти элементы далее будем называть *электродами*. На рисунке диноды обозначены числами от 1 до 10. От каждого динода, катода и анода сделаны выводы, позволяющие подключать к ним электрическую схему питания. Между всеми электродами прикладывается постоянное электрическое напряжение. Свет попадает на фотокатод, который в результате фотоэффекта может испустить электрон (внутри баллона). Этот электрон ускоряется электрическим полем и попадает на первый динод в результате вторичной электронной эмиссии, динод испускает несколько вторичных электронов. Эти электроны разгоняются и летят ко второму диноду, каждый из электронов может выбить из второго динода несколько электронов, которые летят к следующему диноду и т.д. В результате между динодами развивается электронная лавина. Электроны, испущенные последним динодом, собираются на аноде и создают импульс тока в выходной цепи, который регистрируется счетным устройством (на схеме его вход показан стрелками).

Одним из основных способом регистрации световых потоков является **метод счета фотонов**. В этом режиме регистрируются и подсчитываются отдельные импульсы тока, возникающие при появлении единственного электрона, вылетевшего из фотокатода при поглощении кванта света. Существенно, что в этом режиме импульсы от различных фотонов не должны перекрываться, так как регистрирующее устройство подсчитывает число этих импульсов. Именно режим счета фотонов рассматривается в данной задаче.



Фотокатод. Основной характеристикой фотокатода является квантовый выход фотоэффекта η , который равняется вероятности того, что квант света, попавший на фотокатод, приведет к появлению свободного электрона. Также можно сказать, что квантовый выход равен отношению числа испущенных фотоэлектронов к числу попавших на катод фотонов.

Вторичная электронная эмиссия. Электрон, обладающий достаточной энергией попадающий на поверхность твердого тела, может выбить из этой поверхности несколько электронов (которые называются вторичными). Среднее число вторичных электронов, испущенных при попадании одного первичного электрона, называется коэффициентом вторичной эмиссии σ . Этот коэффициент зависит от энергии падающих электронов.



Вторичные электроны имеют различные энергии. Для описания этих энергий используется функция распределения энергии $f(E)$. Эта функция имеет следующий смысл: для малого интервала энергий ΔE величина $f(E)\Delta E$ равна доле вторичных электронов, энергии которых лежат в интервале от E до $E + \Delta E$.

Время вылета вторичных электронов из поверхности пренебрежимо мало. Каждый падающий электрон приводит к появлению вторичных электронов не зависимо от количества первичных электронов.

В данной задаче рассматривается ФЭУ со следующими характеристиками:

Фотокатод является круглой пластинкой диаметра $D = 2,50$ см;

Фотокатод равномерно освещается монохроматическим световым потоком с длиной волны $\lambda = 450$ нм;

Квантовый выход фотоэффекта для данной длины волны равен $\eta = 4,0 \cdot 10^{-2}$.

Чтобы избежать вторичной эмиссии электронов с анода и его излишнего разогрева напряжение между последним динодом и анодом устанавливается равным 20 В.

Площадь каждого динода равна $S = 2,0$ см².

Все вторичные электроны, испущенным динодом, попадают на следующий динод. Движение электронов между последовательными электродами можно приближенно считать равноускоренным, расстояния между всеми последовательными электродами одинаковы и равны $l = 3,0$ см.

Считайте, что скорости электронов значительно меньше скорости света.

Зависимость коэффициента вторичной эмиссии энергии первичных электронов для всех динодов одинакова и показана на рисунке. Шкала энергий первичных электронов в электрон-вольтах (эВ).

Функция распределения энергии вторичных электронов не зависит от энергии первичных электронов и также показана на рисунке. Шкала энергий вторичных электронов также в электрон-вольтах (эВ).

Физические постоянные:

Постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

Скорость света $c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Заряд электрона $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Наконец, вопросы данной задачи.

Модель работы ФЭУ, которая рассматривается в этой задаче, естественно, является весьма упрощенной, поэтому при решении задачи используйте разумные приближения. При оценивании вашей работы, прежде всего, будут учитываться основные физические идеи. Если записанные вами формулы и численные значения будут иметь погрешность менее 10%, они будут рассматриваться как правильные. Кроме того, при решении данной задачи допускается и приветствуется проведение промежуточных численных расчетов.

1. Развитие электронной лавины.

В режиме счета фотонов лавина порождается одним электроном вылетевшем из фотокатода под действием кванта падающего света.

1.1 Каким должно быть напряжение ΔU между катодом и первым динодом, а также между соседними динодами, чтобы число электронов, попадающих на анод, было максимальным?

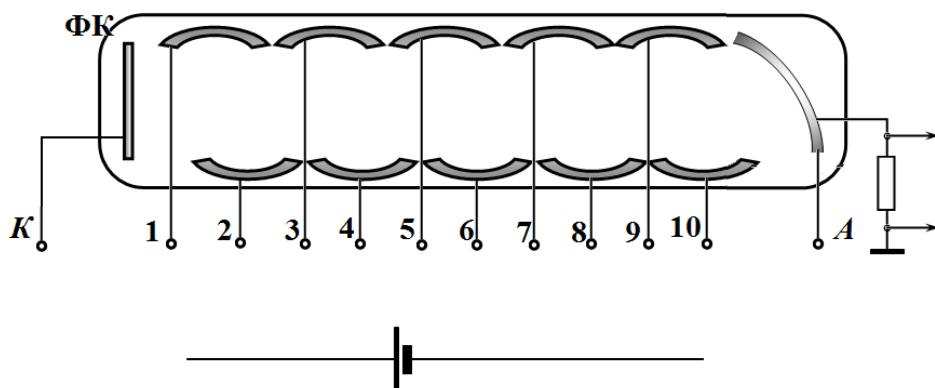
1.2 Чему равно среднее значение числа электронов $\bar{N}$, попадающих на анод, при оптимальном режиме работы ФЭУ? 1.3 Рассчитайте среднее время пролета лавины от катода до анода $\bar{T}$ в оптимальном режиме. 1.4 Рассчитайте длительность импульса тока τ на входе в регистрирующую систему.

*Подсказка. Считайте, что энергии вторичных электронов лежат в интервале ΔE , который определяется на полувысоте функции распределения (см. рис).**

1.5 Найдите среднее значение силы тока в выходном импульсе. 1.6 При работе ФЭУ в рассматриваемом режиме возможно появление, так называемых, «темновых» импульсов, которые возникают из-за электронов, которые вылетают из динодов вследствие термоэлектронной эмиссии (испускание электронов нагретой металлической поверхностью). Что бы исключить подсчет этих паразитных импульсов на входе регистратора устанавливается пороговое устройство (дискриминатор), которое пропускает только те импульсы, у которых среднее значение силы тока превышает некоторое пороговое значение $I_{\text{пор}}$. Укажите значение порогового значения силы тока, позволяющее отсечь большую часть «темновых» импульсов. 1.7 Определите максимальную интенсивность светового потока, при которой число зарегистрированных импульсов в единицу времени пропорционально интенсивности падающего потока.

2. Схема питания ФЭУ в режиме счета фотонов.

Для правильной работы ФЭУ необходимо собрать схему его питания, создающую оптимальные условия для работы прибора. Желательно иметь схему, потребляющую минимальный ток от источника. Для питания ФЭУ имеется источник постоянного напряжения $U_0 = 1,0 \text{ кВ}$.



2.1 На рисунке показан ФЭУ с выводами от динодов (они пронумерованы), катода и анода. Нарисуйте схему питания ФЭУ, используя только источник питания и резисторы с произвольными сопротивлениями. В данном пункте вам необходимо указать только соотношения между сопротивлениями резисторов. Окончательно значения сопротивлений вы должны установить позже.

Для расчета значений сопротивлений необходимо учесть два дополнительных условия, обеспечивающих работу ФЭУ в режиме счета фотонов. 1) Среднее значение силы тока в анодной цепи при прохождении импульса тока должно быть в примерно в 10 раз меньше силы тока в цепи питания ФЭУ. 2) Характерное время установления зарядов на динодах должно быть примерно в 2 раза меньше длительности импульса.

2.2 Рассчитайте значения сопротивлений резисторов в цепи питания, при которых удовлетво-

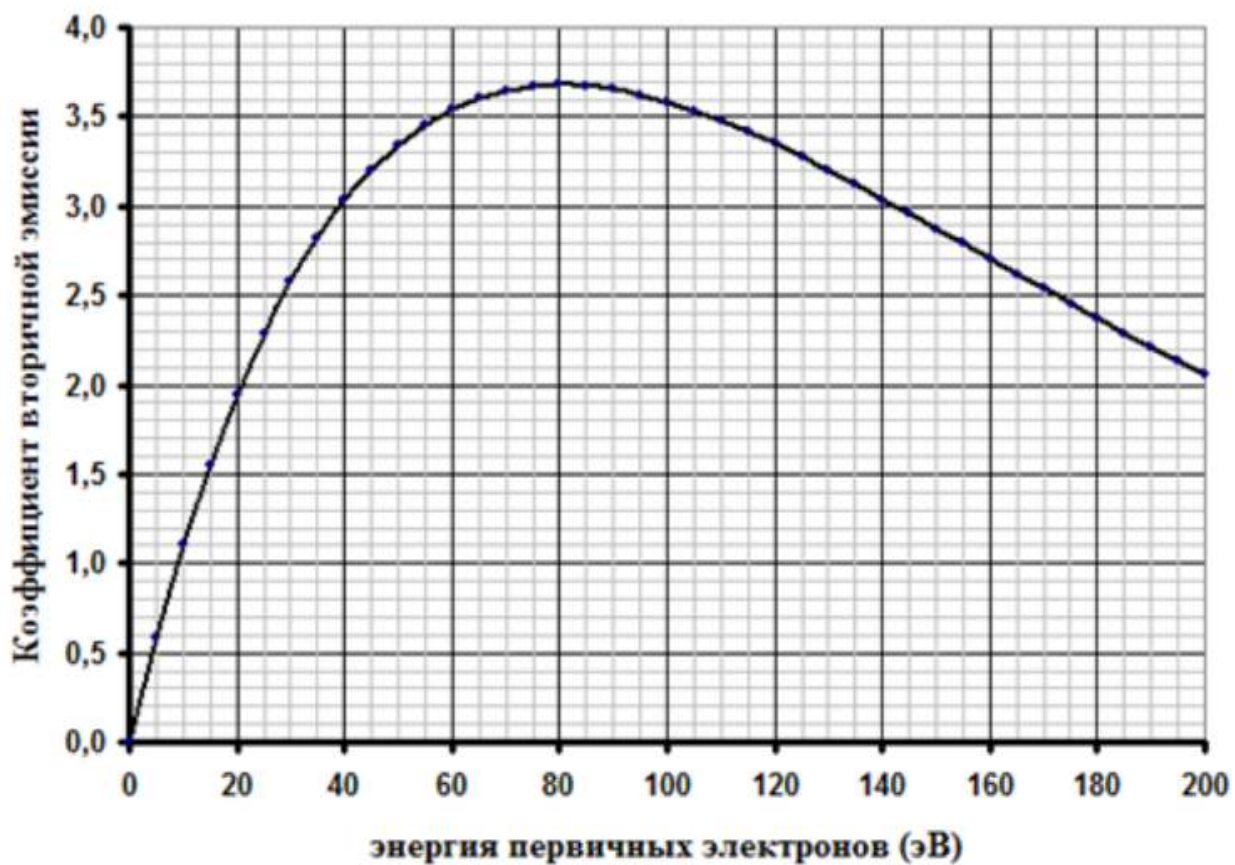
ряется первое условие.

2.3.1 Пару последовательных диодов можно рассматривать как обкладки конденсатора. Оцените емкость такого конденсатора. 2.3.2 Оцените характерное время зарядки диодов посредством цепи питания. Определите сопротивления резисторов в цепи питания, при которых выполняется второе условие правильной работы ФЭУ в рассматриваемом режиме.

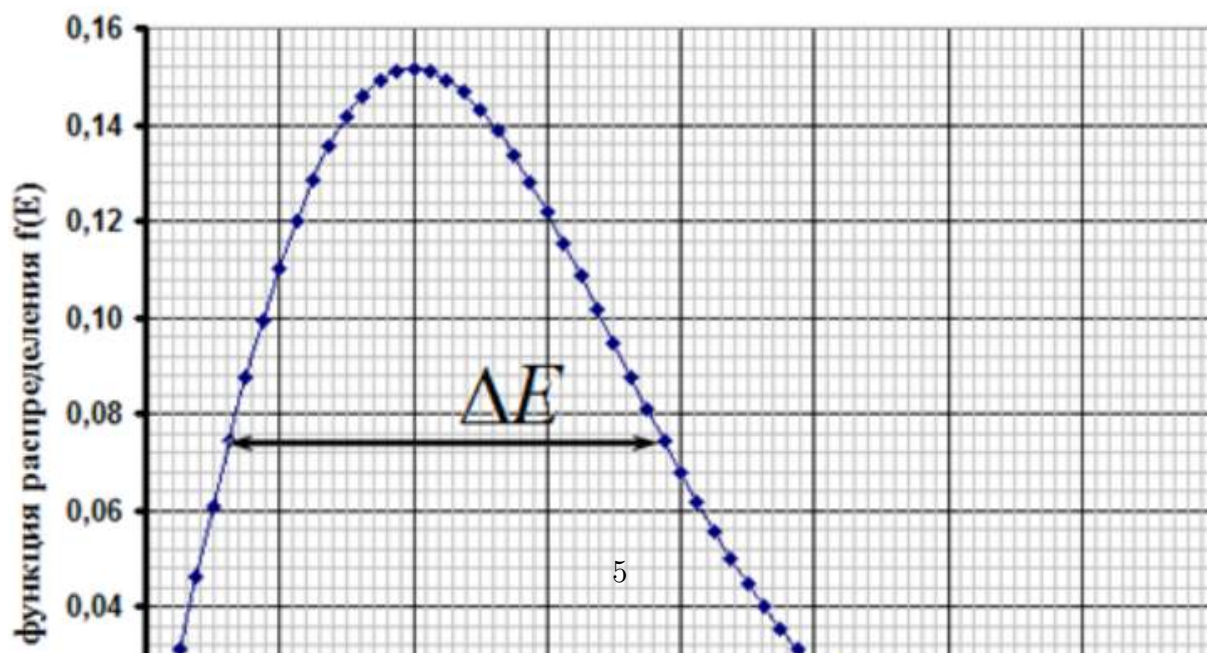
2.4 Укажите значения сопротивлений резисторов в схеме питания ФЭУ.

К задаче 11-2 ФЭУ

Зависимость коэффициента вторичной эмиссии от энергии первичных электронов



Распределение энергии вторичных электронов



Решение

Задача 11-2 Фотоэлектронный умножитель (ФЭУ)

1. Развитие электронной лавины.

1.1 Число электронов, попадающих на анод, будет максимально, если на каждом диоде коэффициент размножения будет максимальным. Из графика зависимости коэффициента вторичной эмиссии от энергии падающих электронов следует, что его максимальное значение достигается при энергии падающих электронов равной 80 эВ. Большая часть вторичных электронов имеют энергию 4 эВ, поэтому оптимальным значением напряжения между соседними диодами является

$$\Delta U = 76\text{В} \quad (1)$$

Если пренебречь начальной энергией вторичных электронов, то оптимальным значением напряжения следует считать $\Delta U = 80\text{В}$. Отметим, что разность между этими значениями меньше 10%.*

1.2 Максимально значение коэффициента вторичной эмиссии равно $\sigma_{\max} = 3,7$ (и может считаться постоянным при изменении энергии первичных электронов на величину порядка $\pm 10\text{эВ}$). Следовательно, среднее число электронов после прохождения 10 этапов размножения равно

$$N = \sigma^{10} \approx 4,8 \cdot 10^5. \quad (2)$$

1.3 В условии задачи оговорено, что движение электронов между соседними электродами можно считать равноускоренным. В этом приближении средняя скорость движения равна среднеарифметическому значению скоростей на границах рассматриваемого интервала времени, т.е.

$$\langle v \rangle = \frac{v_0 + v_k}{2}, \quad (3)$$

Где v_0 , v_k - начальные и конечные скорости электронов при их движении между соседними электродами ФЭУ. Эти скорости выражаются через энергии электронов E (в электрон-вольтах) следующей формулой

$$\frac{mv^2}{2} = eE \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eE}{m}} \quad (4)$$

Рассчитаем времена пролета между соседними электродами, используя эту формулу.

Энергия фотона, падающего на фотокатод, равна $E_\phi = \frac{hc}{\lambda} \approx 2,8\text{эВ}$. Поэтому, с учетом работы выхода электрона при фотоэффекте, скорость электронов на выходе из фотокатода можно считать равной нулю. Поэтому время пролета от катода до первого диода примерно равно

$$t_{k-d} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eE}{m}}} = 1,13 \cdot 10^{-8}\text{с} \quad (5)$$

Время пролета между соседними диодами, получим, полагая начальную энергию равной $E_0 \approx 4\text{эВ}$ (средняя энергия вторичных электронов), $E \approx 80\text{эВ}$ (энергия при которой коэффициент вторичной эмиссии максимален)

Поэтому времена пролета между соседними диодами будет равно ($E_0 \approx 4\text{эВ}$, $E \approx 80\text{эВ}$)

$$t_{d-d} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eE_0}{m}} + \sqrt{\frac{2eE}{m}}} = 9,25 \cdot 10^{-9} \text{ с.} \quad (6)$$

Наконец, время пролета от последнего динода до анода ($E_0 \approx 4\text{эВ}$, $E_A = 24\text{эВ}$)

$$t_{d-a} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eE_0}{m}} + \sqrt{\frac{2eE_A}{m}}} = 1,47 \cdot 10^{-8} \text{ с} \quad (7)$$

Итого, среднее время пролета равно

$$\bar{T} = t_{k-d} + 9t_{d-d} + t_{d-a} \approx 1,09 \cdot 10^{-7} \text{ с.} \quad (8)$$

1.4 Длительность импульса определяется разностью времен прохождения через весь ФЭУ самых «медленных» и самых «быстрых» электронов. В свою очередь разброс в скоростях электронов определяется разбросом начальных энергий вторичных электронов (возникших в результате вторичной электронной эмиссии). Из приведенного графика распределения энергии вторичных электронов следует, что их энергии (по полувысоте функции распределения) лежат в диапазоне от $E_{\min} \approx 1,5\text{эВ}$ до $E_{\max} \approx 7,5\text{эВ}$. Проведем расчеты времен пролета различных участков ФЭУ для этих значений энергии. Время пролета от катода до первого динода одинаково для всех электронов, поэтому при расчете длительности импульса (разности времен пролета) не учитывается. Будем считать, что напряжение между динодами установлено в оптимальном режиме $\Delta U = 76\text{В}$. Средняя скорость при движении между динодами для самых «медленных» электронов

$$\bar{v}_{\min} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2eE_{\min}}{m}} + \sqrt{\frac{2e(E_{\min} + \Delta U)}{m}} \right) \approx 2,97 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (9)$$

Средняя скорость при движении между динодами для самых «быстрых» электронов

$$\bar{v}_{\max} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{2eE_{\max}}{m}} + \sqrt{\frac{2e(E_{\max} + \Delta U)}{m}} \right) \approx 3,52 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (10)$$

Разность времен пролета

$$\Delta t_{d-d} = \frac{l}{\bar{v}_{\min}} - \frac{l}{\bar{v}_{\max}} \approx 1,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} \quad (11)$$

Аналогично рассчитаем разность времен между последним динодом и анодом (здесь $\Delta U = 20\text{В}$)

$$\Delta t_{d-a} \approx 4,59 \cdot 10^{-9} \text{ с.} \quad (12)$$

Общая разность времен пролета (т.е. длительность импульса) оказывается равной

$$\tau = 9\Delta t_{d-d} + \Delta t_{d-a} \approx 1,87 \cdot 10^{-8} \text{ с.} \quad (13)$$

Если считать, что напряжение между динодами установлено равным 80 В (без учета начальной энергии вторичных электронов), то значения времен пролета оказываются равными $t_{d-d} = 9,07 \cdot 10^{-9} \text{ с}$; разброс времени движения $\Delta t_{d-d} \approx 1,50 \cdot 10^{-9} \text{ с}$. Тогда время пролета и длительность

$$\bar{T} = t_{k-d} + 9t_{d-d} + t_{d-a} \approx 1,08 \cdot 10^{-7} \text{ с}$$

$$\tau = 9\Delta t_{d-d} + \Delta t_{d-a} \approx 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ с}$$

Различия между результатами оказываются меньше допустимых 10%. 1.5 Среднее значение силы тока в импульсе рассчитывается «по определению»

$$\bar{I} = \frac{e\bar{N}}{\tau} \approx 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ А}. \quad (14)$$

1.6 Темновые импульсы с максимальной амплитудой будут инициированы электронами, испущенными с первого динода. Но и для них средний коэффициент размножения будет в σ раз меньше (т.е. примерно в 3 раза). Поэтому разумно установить пороговое значение в 2 раза меньшее среднего значения импульсов, которые появляются благодаря регистрации фотона

$$I_{\text{пор.}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ А}. \quad (15)$$

1.7 В режиме счета фотонов импульсы тока, поступающие на вход счетного устройства, не должны перекрываться. Максимальная интенсивность падающего потока определяется именно этим условием. Итак, среднее время между появлениями электронов из фотокатода должно быть меньше длительности импульса:

$$\Delta t_{\phi\phi\bar{\alpha}} \approx \tau \quad (16)$$

Тогда среднее время между попаданиями фотонов на катод должно быть меньше, чем

$$\Delta t_{\phi\text{от}} \approx \frac{\Delta t_{\phi\phi\bar{\alpha}}}{\eta} = \frac{\tau}{\eta}. \quad (17)$$

Число фотонов, попадающих на катод в этом в единицу времени при выполнении условия (24), будет равно

$$\frac{\Delta N_{\phi}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t_{\phi\text{от}}} = \frac{\eta}{\tau}. \quad (18)$$

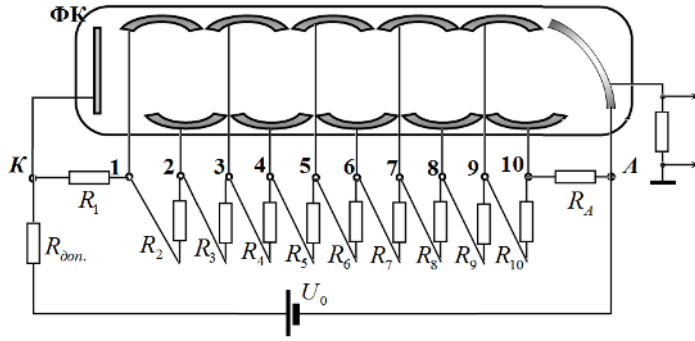
Интенсивность света при этом будет равна (здесь $S = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь катода):

$$I = \frac{h\nu}{S} \frac{\Delta N_{\phi}}{\Delta t} = \frac{hc\eta}{\lambda S\tau}. \quad (19)$$

Численное значение этой величины

$$I = \frac{hc\eta}{\lambda S\tau} \approx 1,9 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Вм}}{\text{м}^2} \quad (20)$$

2. Схема питания ФЭУ в режиме счета фотонов.



Напряжение имеющегося источника U_0 необходимо «разделить» между имеющимися электродами. Для этого проще всего использовать делитель напряжения, состоящий из последовательно соединенных резисторов (см. рис.). В такой схеме напряжение между соседними электродами будет пропорционально сопротивлению резистора. ФЭУ содержит катод, 10 диодов и анод. Для оптимального режима работы ФЭУ напряжения должны быть следующими:

- напряжение диод-анод – 20 В;
- напряжения между соседними диодами можно положить равными 80 В (точнее 76 в – но это различие лежит в пределах допустимой погрешности);
- напряжение катод- диод 80 В.

Итого, для питания ФЭУ требуется общее напряжение $U = 10U_{d-d} + U_{d-a} \approx 820 \text{ В}$. Поэтому излишние $1000 - 820 = 180 \text{ В}$ необходимо «посадить» на дополнительном резисторе. Таким образом, получаем, что сопротивления резисторов в цепочке делителя должны быть равными:

$$\begin{aligned} R_A &= 20r_0 \\ R_1 &= R_2 = \dots R_{10} = 80r_0 \\ R_{\text{доп}} &= 180r_0 \end{aligned} \quad (21)$$

Где r_0 - сопротивление, которое следует определить из дополнительных условий.

2.2 Общее сопротивление цепи питания равно $1000 r_0$, поэтому сила тока в этой цепи равна

$$I_{\text{num.}} = \frac{U_0}{1000r_0}. \quad (22)$$

Согласно первому условию, это значение должно быть больше, чем $10\bar{I}$, т.е.

$$\frac{U_0}{1000r_0} > 10\bar{I} \Rightarrow r_0 < \frac{U_0}{10^4\bar{I}} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ В}}{10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ А}} \approx 25 \text{ кОм}. \quad (23)$$

2.3 Емкость конденсатора можно оценить по формуле для емкости плоского конденсатора

$$C \approx \frac{\varepsilon_0 S}{l} \approx 6 \cdot 10^{-14} \text{ Ф}. \quad (24)$$

2.4 Характерное время зарядки можно оценить по формуле

$$\tau_C \approx RC. \quad (25)$$

В этой формуле $R = 80r_0$ - сопротивление между диодами. Выполнение второго условия описывается неравенством $\tau_C < \frac{\tau}{2}$, или

$$80r_0 C < \frac{\tau}{2} \Rightarrow r_0 < \frac{\tau}{160C} \approx 2 \text{ кОм}. \quad (26)$$

2.5 Чтобы удовлетворить обоим условиям необходимо выбрать меньшее из значений (23) и (26), т.е. выбрать значение $r_0 \approx 2 \text{ кОм}$. В этом случае значения сопротивлений резисторов в цепи питания должны быть равными

$$\begin{aligned} R_A &= 40 \text{ кОм} \\ R_1 &= R_2 = \dots R_{10} = 160 \text{ кОм.} \\ R_{\text{доп}} &= 360 \text{ кОм} \end{aligned} \tag{27}$$