

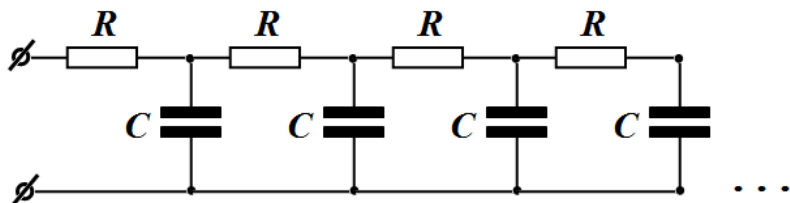
Условие

Задание 11-1 Суперконденсатор.

Приборы и оборудование: самодельный конденсатор, источник напряжения 1,5 В, два постоянных резистора сопротивлением примерно равным 1 кОм, мультиметр, соединительные провода, секундомер.

Обкладками конденсатора служат полоски графита с прикрепленными полосками ткани, изготовленной из углеродных нанотрубок¹. Пространство между обкладками заполнено жидким силикатным клеем. Свойства этого конденсатора сильно отчаются от свойств обычного конденсатора. Так этот конденсатор обладает памятью (можно сказать, что он очень злопамятен) – его характеристики зависят от предыстории: как, когда и насколько он заряжался и разряжался. Поэтому при проведении измерений строго следуйте приведенным в условии задачи инструкциям! Если вы не проводите измерения закоротите обкладки конденсатора.

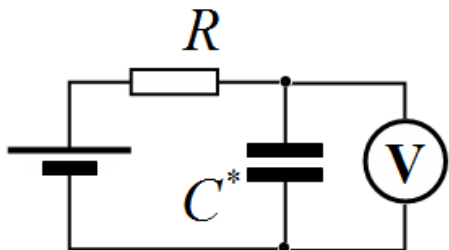
В ходе измерений напряжение на конденсаторе не должно превышать 600 мВ.



Наилучшей теоретической моделью конденсатора является бесконечная RC - цепочка. Однако, полный анализ такой модели является сложной задачей, особенно для экспериментального тура. Поэтому в данной задаче вам необходимо предложить некоторые более упрощенные модели, причем не страшно, если в разных заданиях вы будете пользоваться разными моделями.

***При проведении измерений удобно пользоваться секундомером с памятью этапов.

Если вы не умеете работать с секундомером в таком режиме – обратитесь за консультацией к организаторам олимпиады.***



Часть 1. Зарядка конденсатора.

В данной части вам необходимо изучить процесс зарядки конденсатора в цепи, показанной на рисунке. На схеме обозначены: C^* - исследуемый конденсатор, R - сопротивление цепи зарядки. Резисторы в цепи зарядки припаяны к источнику. Измерьте и приведите их значения. Для сборки цепи используйте соединительные провода с разъемами типа «крокодил» - при необходимости вы можете их быстро подключать к нужным точкам.

Исследование процесса зарядки проводите следующим образом: подключите конденсатор к источнику через резистор, дождитесь, пока напряжение на нем не достигнет 600 мВ (это может занять несколько минут). После этого быстро переключите полярность подключения источника питания, когда напряжение станет равным нулю, и в этот момент запустите секундомер. После чего проводите временные измерения. Рекомендуем запоминать времена, когда напряжения достигают 100 мВ, а затем через каждые 50 мВ – таким образом, вам

удастся измерить времена зарядки до напряжения 550 мВ. Понятно, что на знак напряжения обращать внимания не стоит, т.к. обкладки конденсатора одинаковы.

Рекомендуем также перед первым измерением 2-3 раза перезарядить конденсатор от +600 мВ до -600 мВ и обратно.

¹ Такой материал используется в аккумуляторах большой емкости для электромобилей.

1.1 Проведите измерения зависимости напряжения на конденсаторе от времени в процессе зарядки от 0 до 550 мВ. Измерения проведите при двух значениях сопротивления цепи зарядки R (через один резистор и через два припаянных резистора)

В данном эксперименте процесс зарядки приближенно описывается уравнением

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}(U - \bar{U}), \quad (1)$$

где τ - характерное время зарядки; $\bar{U}$ - некоторое предельное значение напряжения (которое может отличаться от напряжения источника!). Решением уравнения (1) является функция

$$U = \bar{U} \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right). \quad (2)$$

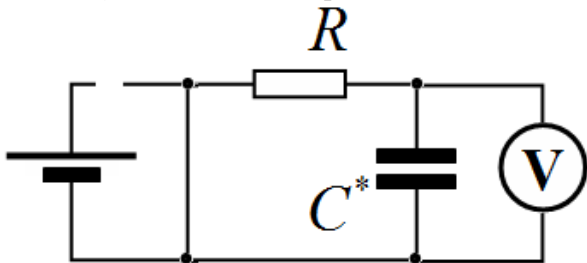
Для проверки предложенной модели процесса, описываемого выражениями (1)-(2) необходимо: а) используя уравнение (1) определить значение предельного напряжения $\bar{U}$; б) посредством линеаризации функции (2) определить значение времени зарядки τ .

Для численного расчета производной рекомендуем использовать симметричную схему. Пусть вам известны значения напряжений U_k в моменты времени t_k . Тогда производная в момент времени t_k рассчитывается по формуле

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} \approx \frac{U_{k+1} - U_{k-1}}{t_{k+1} - t_{k-1}}, \quad (3)$$

1.2 Проведите описанную процедуру обработки полученных экспериментальных данных. Графически подтвердите применимость теоретической модели (1), определите численные значения параметров $\bar{U}$ и τ для цепей с двумя различными значениями сопротивлений R . Оцените погрешности найденных значений величин τ .

1.3 Предложите электрическую схему упрощенной модели конденсатора, объясняющую (хотя бы качественно) полученные экспериментальные данные. Определите параметры вашей модели, одним из которых является емкость конденсатора (обязательно).



Часть 2. Процесс разрядки конденсатора.

Опять рекомендуем перед первым измерением 2-3 раза перезарядить конденсатор от +600 мВ до -600 мВ и обратно. Зарядите конденсатор до напряжения 600 мВ и быстро отключите источник питания. Поставив конденсатор на разрядку через резистор. При этом напряжение на конденсаторе резко упадет – измерения проводите после этого этапа. **Не закорачивайте источник – вы его быстро «посадите», а новый не получите!**

2.1 Измерьте зависимость напряжения на конденсаторе от времени в процессе разрядки. 2.2 Проверьте, является ли процесс разрядки экспоненциальным. 2.3 Предложите простую схему, качественно объясняющую полученную зависимость. Оцените параметры этой схемы, расчет их погрешностей не требуется.

В данной части измерения проведите только при одном резисторе в цепи.

Часть 3. Зарядка после разрядки.

В процессе разрядки, исследованном в части 2, на короткое время закоротите обкладки конденсатора, так, чтобы напряжение на нем упало до нуля, после чего уберите замыкание обкладок и наблюдайте зависимость напряжения, показываемого мультиметром от времени.

3.1 Точных измерений проводить не надо! Постройте схематический график зависимости напряжения от времени, укажите только значения параметров этой зависимости в некоторых характерных точках 3.2 Качественно объясните полученную зависимость. Расчет параметров не требуется.

Решение

Задание 11-1 Суперконденсатор.

Сразу подчеркнем, что результаты измерений в данной задаче существенно зависят от времени, прошедшего после изготовления конденсатора, точнее от времени заливки электролита – силикатного клея. Результаты могут отличаться в несколько раз!

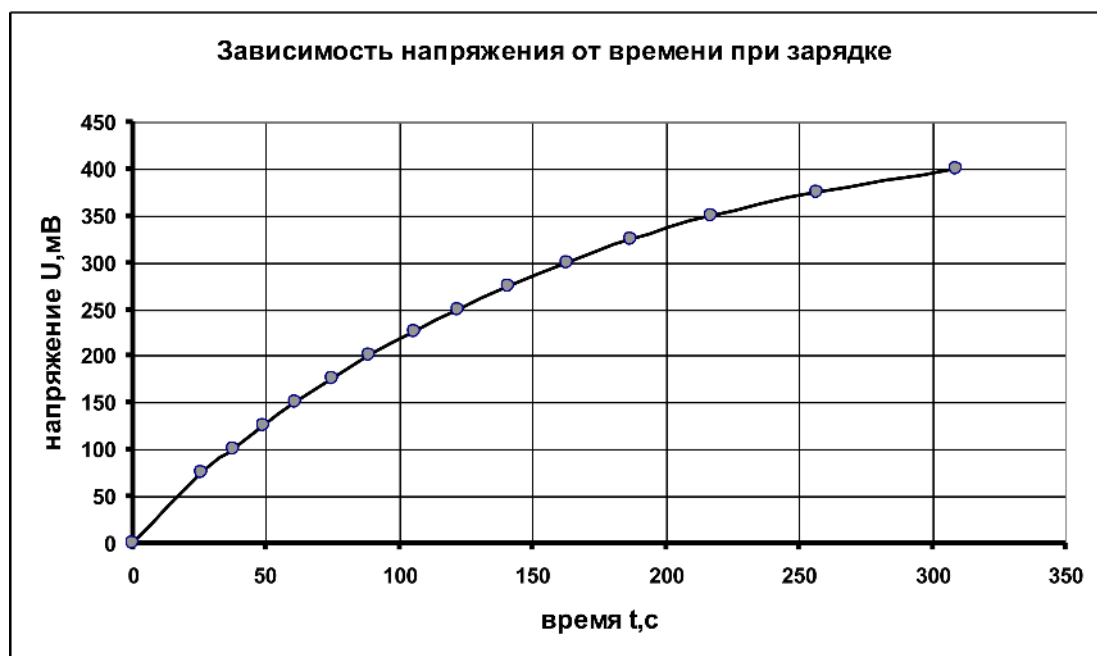
Часть 1. Зарядка конденсатора.

В таблице 1 приведены результаты измерений для конденсатора после трехдневной выдержки. В таблице приведены средние значения времен зарядки через резистор сопротивлением $R = 1,0$ кОм до указанного напряжения, усреднение проводилось по 3 измерениям.

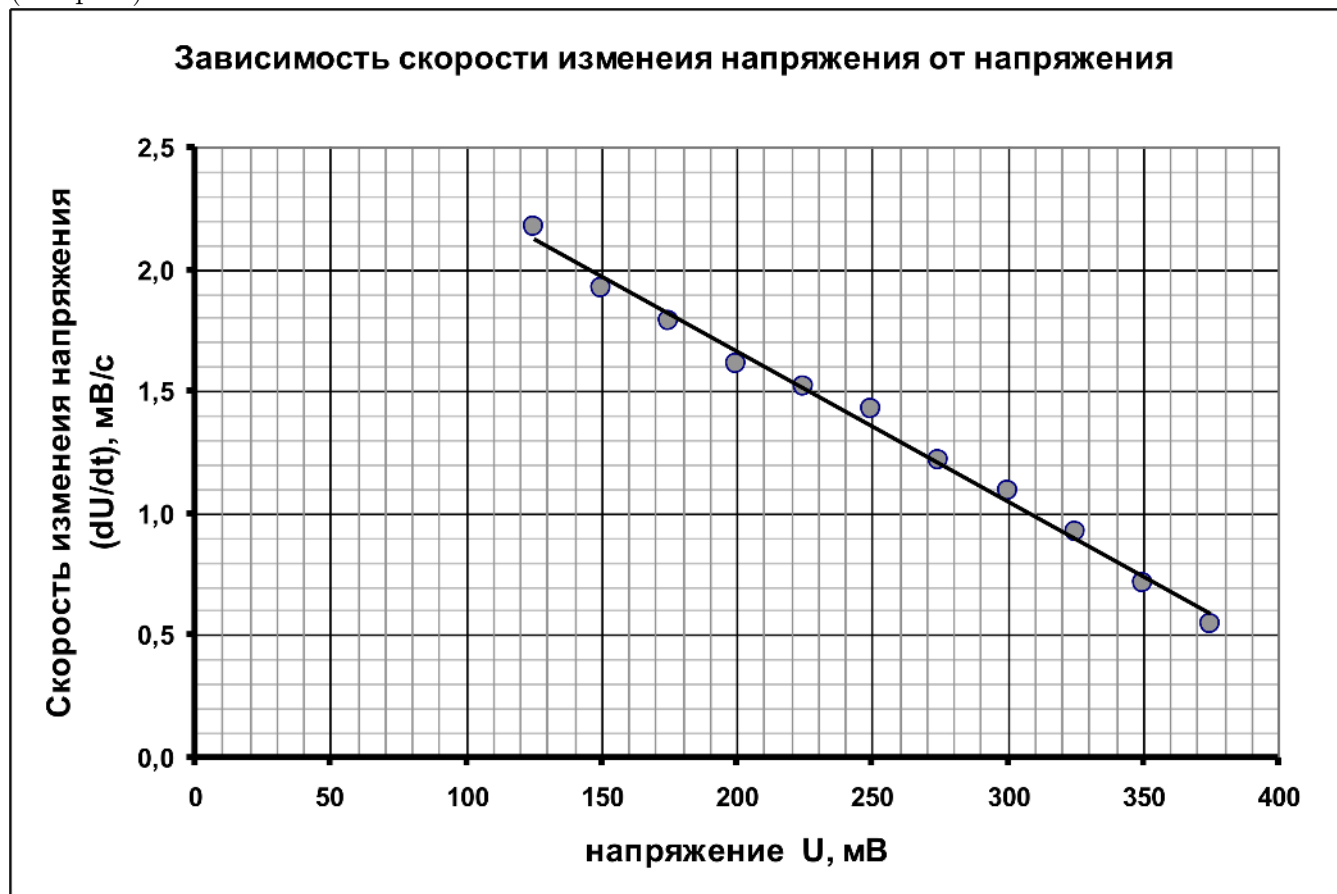
Таблица 1. Зарядка «старого» конденсатора.

U , мВ	t , с	$\frac{\Delta U}{\Delta t}$, мВ/с	$\ln(\bar{U} - U)$
0	0		6,15
75	26	2,632	5,98
100	38	2,174	5,92
125	49	2,174	5,85
150	61	1,923	5,77
175	75	1,786	5,69
200	89	1,613	5,60
225	106	1,515	5,50
250	122	1,429	5,40
275	141	1,220	5,28
300	163	1,087	5,14
325	187	0,926	4,98
350	217	0,714	4,79
375	257	0,543	4,56
400	309		4,26

На рисунке показан график полученной зависимости. Построение этого графика не обязательно.



Далее проведем обработку в соответствии с указаниями. Рассчитаем значения скорости изменения напряжения $U' = \frac{\Delta U}{\Delta t}$ и построим график зависимости этой величины от напряжения (см. рис.)



Полученная зависимость очень близка к линейной, что подтверждает применимость уравнения

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}(U - \bar{U}), \quad (1)$$

в данном случае. Параметры этой линейной зависимости $U' = aU + b$, рассчитанное по МНК, равны

$$a = -6,2 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$$

$$b = 2,89 \text{ мВ/с} \quad (2)$$

Используя эти значения, определим параметры зависимости (1)

$$\tau = -\frac{1}{a} = 160 \text{ c}, \quad \bar{U} = -\frac{b}{a} = 460 \text{ мВ} \quad (3)$$

численный расчет производной по экспериментальным данным приводит к большим погрешностям. Поэтому имеет смысл линеаризовать зависимость

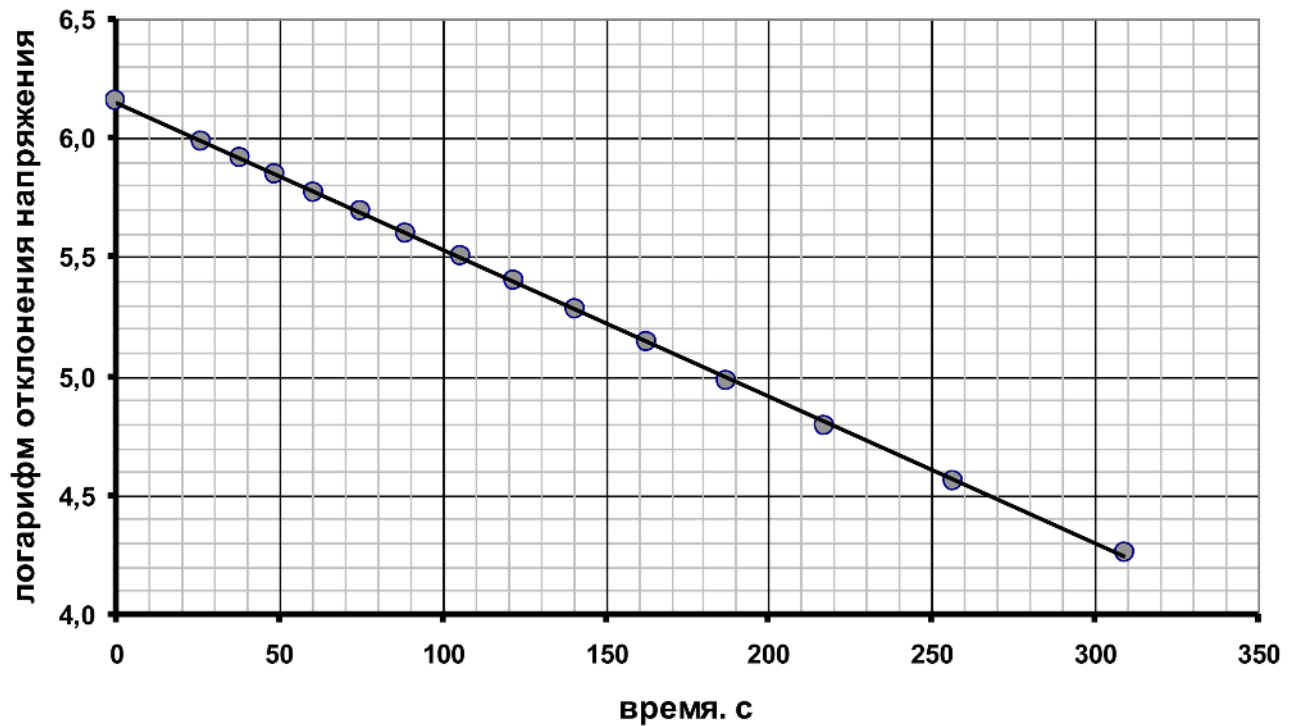
$$U = \bar{U} \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right). \quad (4)$$

С использованием найденного значения $\bar{U} = 460 \text{ мВ}$, т.е. представить ее в виде

$$\ln(\bar{U} - U) = \ln \bar{U} - \frac{t}{\tau}. \quad (5)$$

График этой линеаризованной зависимости показан на следующем рисунке. Здесь экспериментальные данные хорошо ложатся на прямую, что доказывает применимость используемой теоретической модели.

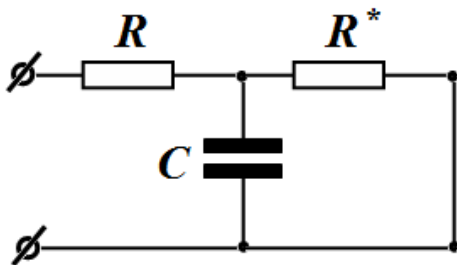
Зарядка конденсатора (линеаризованная зависимость)



Значение характерного времени зарядки, рассчитанное по этой зависимости равно $\tau = 162 \text{ с}$. Как известно, это время рассчитывается по формуле

$$\tau = RC \quad (6)$$

Следовательно, емкость конденсатора примерно равна $C = 0,16 \text{ Ф}$ (160000 мкФ). Как следует из проведенного анализа предельное напряжение, до которого должен заряжаться конденсатор меньше напряжения источника (равное $U_0 = 1,5 \text{ В}$). Для объяснения данного результата можно предложить следующую эквивалентную схему.



Отметим, что незаряженный конденсатор имеет «нулевое сопротивление» - поэтому на малых временах можно считать, что все конденсаторы бесконечной цепочки не успевают зарядиться. В этой схеме предельное напряжение, до которого заряжается конденсатор равно

$$\bar{U} = U_0 \frac{R^*}{R^* + R}. \quad (7)$$

Из этой формулы следует, что конденсатору можно «приписать» сопротивление

$$R^* = R \frac{\bar{U}}{U_0 - \bar{U}} \approx 440 \text{ Ом.} \quad (8)$$

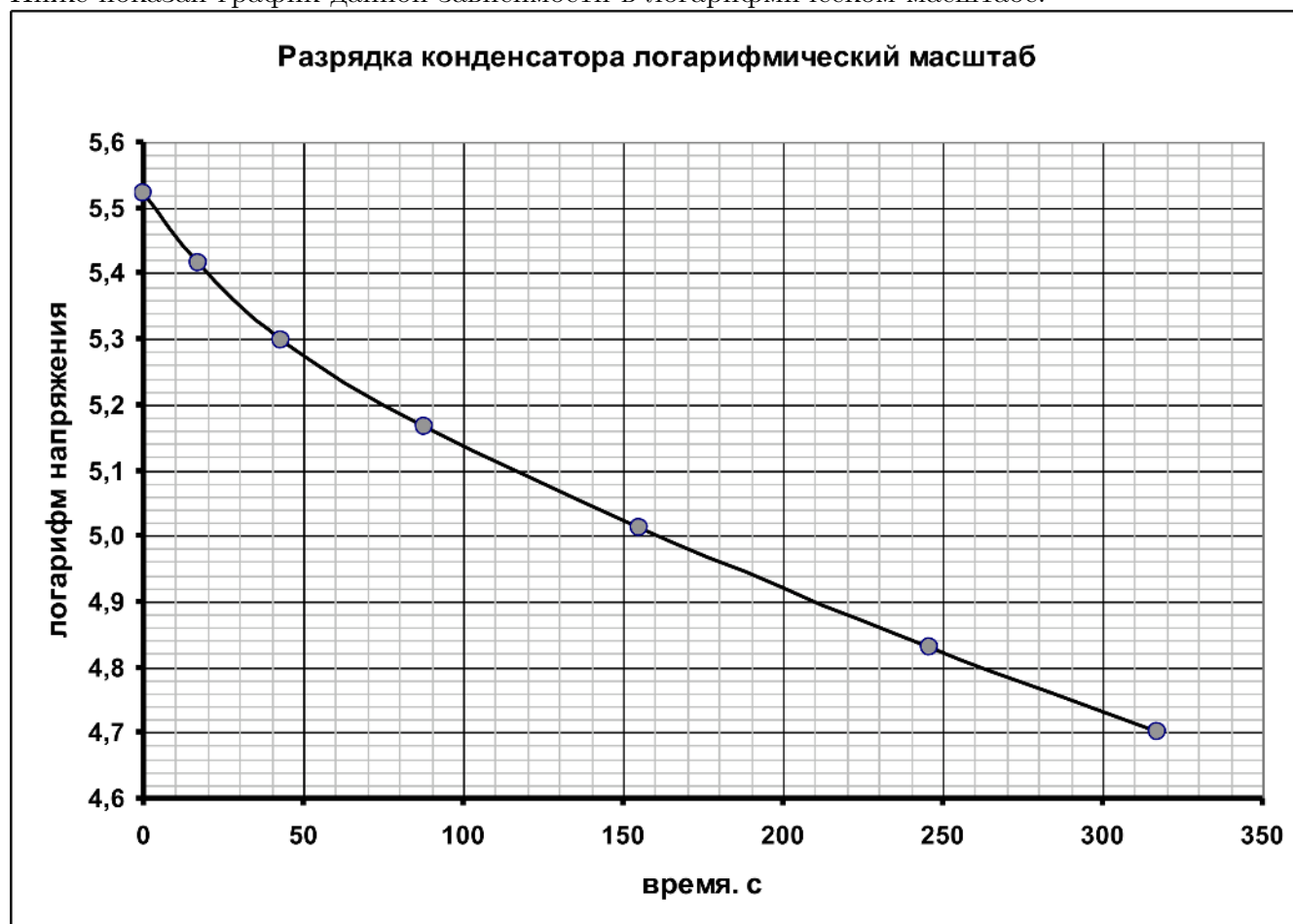
Часть 2. Процесс разрядки конденсатора.

В таблице 2 приведена зависимость напряжения на конденсаторе от времени в процессе его разрядки чрез резистор $R = 1,0 \text{ кОм}$

Таблица 2 Разрядка конденсатора.

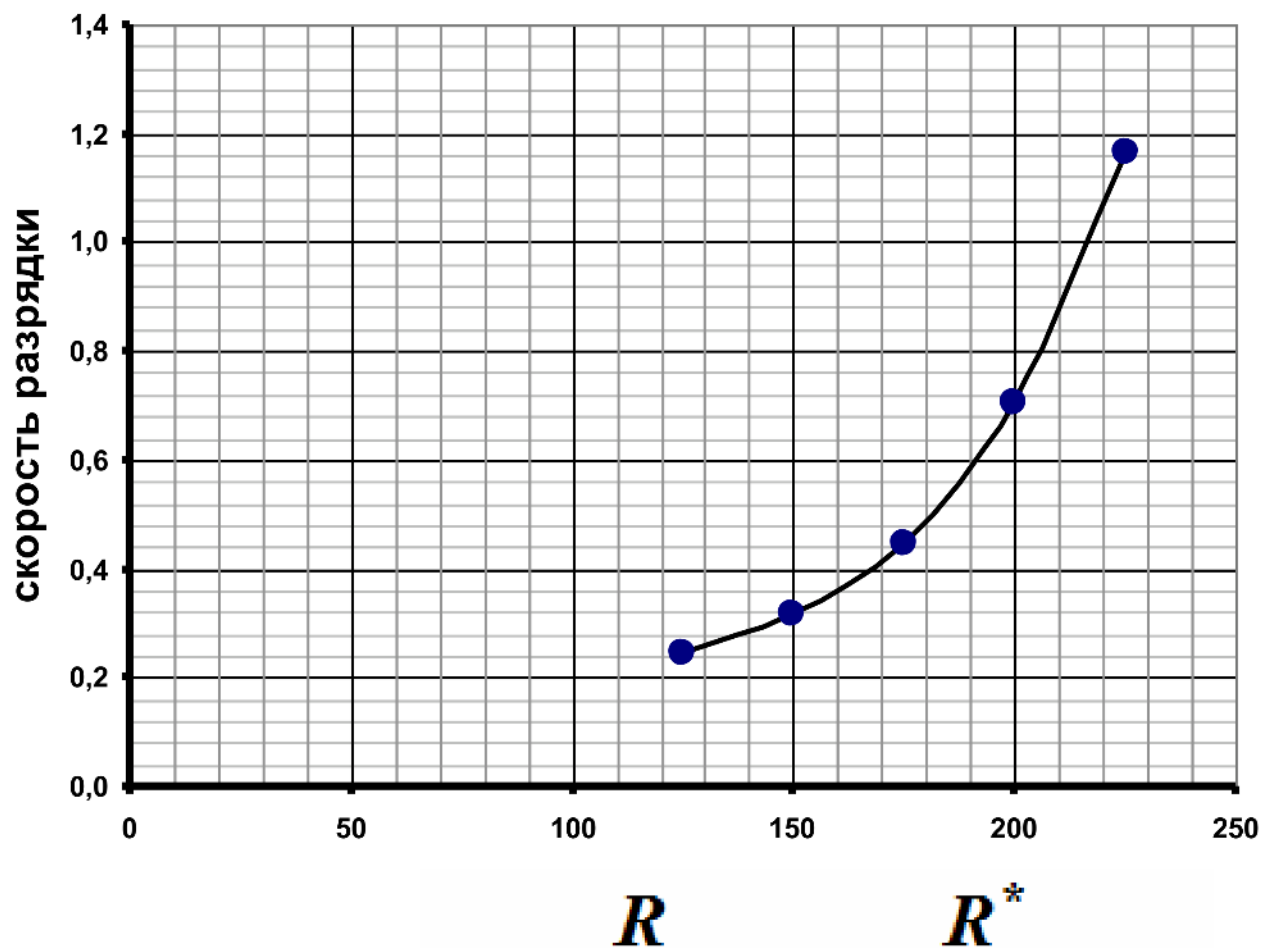
U . мВ	t . с	$\ln(U)$	$\frac{\Delta U}{\Delta t}$ мВ/с
250	0	5,52	
225	17	5,42	1,16
200	43	5,30	0,70
175	88	5,16	0,45
150	155	5,01	0,32
125	246	4,83	0,25
110	317	4,70	

Ниже показан график данной зависимости в логарифмическом масштабе.

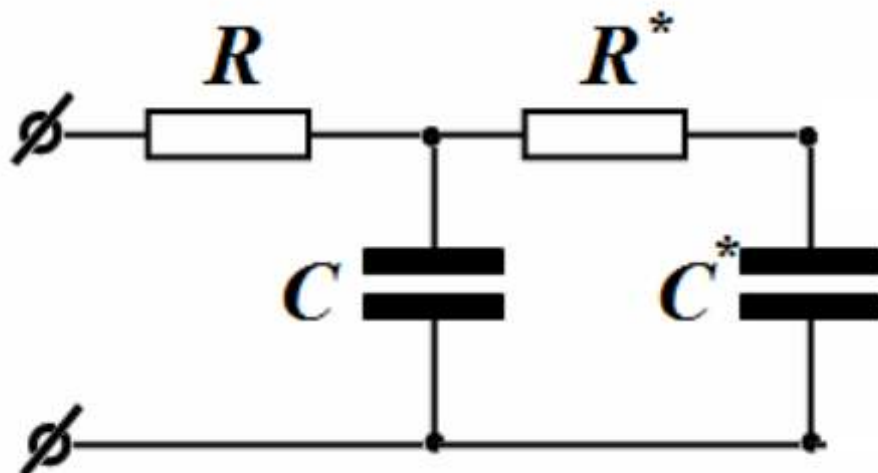


Нелинейность этого графика свидетельствует о том, что процесс разрядки не является экспоненциальным. Причем скорость разрядки со временем уменьшается. Для большей убедительности приведем график зависимости скорости изменения напряжения от напряжения на конденсаторе. Эта зависимость также не линейна.

Зависимость скорости разрядки от напряжения



Качественно данную зависимость можно объяснить на основании следующей эквивалентной схемы. Основная идея: с течением времени «подключаются» к разрядке все более «далекие» конденсаторы, при этом возрастает как эффективная емкость цепи, так и ее сопротивление.



Часть 3. Зарядка после разрядки.

Схематическая зависимость напряжения на резисторе после того, как конденсатор был замкнут, показана на рисунке. Достаточно быстро (за время порядка 60 с) напряжение на конденсаторе возрастает, после чего очень медленно продолжает спадать.

Качественно такое поведение также объяснимо в рамках эквивалентной схемы. Рассмотренной в предыдущей части: при замыкании разряжается первый конденсатор (относительно небольшой емкости); после того, как замыкание убрано, этот конденсатор заряжается от второго конденсатора большей емкости.

