

Условие

Задание 1. Разминка

Задача 1.1

В высоком вертикальном цилиндрическом сосуде с площадью поперечного сечения S находится вода. В сосуд опускают небольшой алюминиевый цилиндр объема V . При этом уровень воды в сосуде оказывается равным h_0 . Удельные теплоемкости воды и алюминия равны c_1, c_2 , а их плотности - ρ_1, ρ_2 , соответственно. Удельная теплота испарения воды L , удельная теплота плавления льда λ , плотность льда ρ_3 .

Теплоемкостью сосуда можно пренебречь, также можно пренебречь потерями теплоты в окружающую среду.

1.1.1 Пусть температура начальная воды равна $t_0 = 100^\circ C$, а начальная температуры цилиндра $t_1 = 120^\circ C$. До установления теплового равновесия вода полностью не выкипает, цилиндр все время остается погруженным в воду. Найдите, на сколько изменится уровень воды в сосуде Δh_1 после установления теплового равновесия.

1.1.2 Пусть температура воды равна $t_0 = 0,0^\circ C$, а начальная температуры цилиндра $t_1 = -20^\circ C$. До установления теплового равновесия вода полностью не замерзает, цилиндр все время остается погруженным в воду. Найдите, на сколько изменится уровень воды в сосуде Δh_2 после установления теплового равновесия.

1.1.3 Оцените численное значение отношение изменения высот $\frac{\Delta h_2}{\Delta h_1}$, если $\frac{L}{\lambda} \approx 7$, а $\frac{\rho_3}{\rho_1} \approx 0,9$.

Задача 1.2

Угловой размер Солнца видимого с Земли (угол под которым виден солнечный диск на земном небе) равен $\varphi \approx 32'$.

1.2.1 Рассчитайте, на какую высоту h надо поднять непрозрачный шар диаметра $d = 1,0$ м, чтобы солнечная тень от него на поверхности земли стала не видна.

1.2.2 На высоте h , найденной в п. 1.2.1 горизонтально расположили большой непрозрачный плоский экран, в котором проделано круглое отверстие диаметра $d = 1,0$ м. Найдите, чему будет равен диаметр солнечного «зайчика» от этого отверстия на поверхности Земли.

Решение

Задание 9-1. Разминка

Задача 1.1

1.1.1 В данном случае вода будет выкипать, до тех пор пока температура цилиндра не опустится до температуры кипения воды $t_0 = 100^\circ C$. Поэтому теплота, выделившаяся при остывании цилиндра полностью, поэтому уравнение теплового баланса в данном случае будет иметь вид:

$$c_2 m_2 \Delta t = L \Delta m_1. \quad (1)$$

Масса алюминиевого цилиндра равна

$$m_2 = \rho_2 V, \quad (2)$$

а массу испарившейся воды можно выразить через изменение высоты уровня воды

$$\Delta m_1 = \rho_1 S \Delta h_1. \quad (3)$$

Подставим эти выражения в уравнение (1):

$$c_2 \rho_2 V \Delta t = L \rho_1 S \Delta h_1. \quad (4)$$

Откуда находим, что уровень воды в сосуде понизится на величину

$$\Delta h_1 = \frac{c_2 \rho_2 V \Delta t}{L \rho_1 S}. \quad (5)$$

1.1.2 При заданных начальных условиях лед будет намерзать на цилиндр, а так плотность льда меньше плотности цилиндра, то уровень воды в сосуде будет повышаться. Уравнение теплового баланса в этом случае имеет вид

$$c_2 m_2 \Delta t = \lambda \Delta m_1. \quad (6)$$

Массу намерзшего льда в данном случае также можно выразить через изменение уровня воды в сосуде:

$$\frac{\Delta m_1}{\rho_3} - \frac{\Delta m_1}{\rho_1} = S \Delta h_2 \Rightarrow \Delta m_1 = S \Delta h_2 \frac{\rho_3 \rho_1}{\rho_1 - \rho_3}. \quad (7)$$

Подстановка этих значений в уравнение (6) дает

$$c_2 \rho_2 V \Delta t = \lambda S \Delta h_2 \frac{\rho_3 \rho_1}{\rho_2 - \rho_3}. \quad (8)$$

Отсюда находим повышение уровня воды

$$\Delta h_2 = \frac{c_2 \rho_2 V \Delta t}{\lambda S \rho_1} \frac{\rho_1 - \rho_3}{\rho_3}. \quad (9)$$

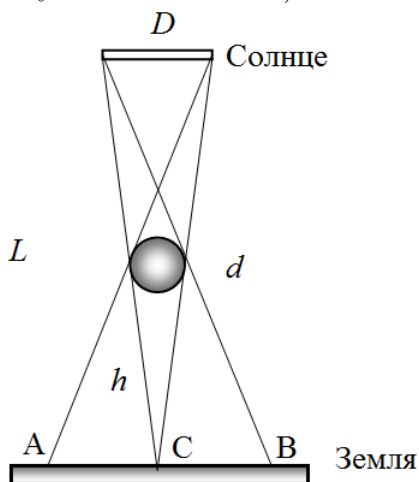
1.1.3 Отношение изменения высот равно

$$\frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} = \frac{L}{\lambda} \frac{1 - \frac{\rho_3}{\rho_1}}{\frac{\rho_3}{\rho_1}} \approx 7 \frac{0,1}{0,9} = 0,8 \quad (10)$$

Теоретический тур. Вариант 2. 1

Задача 1.2

Нарисуем ход крайних лучей, идущих от краев Солнца и падающих на края шарика. Тогда внешние лучи указывают края полутени (AB), а внутренние – область полной тени (на рисунке это точка C)



1.2.1 Из рисунка следует, что область тени на земле исчезнет, если угловой размер шарика станет равным угловому размеру Солнца, т.е. при

$$\frac{d}{h} = \varphi \quad \Rightarrow \quad h = \frac{d}{\varphi} = \frac{10 \text{ м}}{\frac{\pi}{180} \cdot \frac{32'}{60'}} \approx 1,1 \text{ км.} \quad (1)$$

1.2.2 Построенный рисунок можно использовать и для вычисления размеров светового зайчика. Из построенного рисунка следует, что диаметр светового зайчика AB примерно (но с высокой точностью) равен

$$d_1 = h\varphi \quad (2)$$

Это же выражение можно получить, рассматривая отверстие, как точечное, тогда солнечный «зайчик» является изображением Солнца в камере-обскуре. Если высота определяется по формуле (1), то диаметр зайчика равен диаметру отверстия:

$$d_1 = d = 10 \text{ м.} \quad (3)$$

Теоретический тур. Вариант 2. 2