

Условие

Задание 1. Миллидинамометр.

Приборы и оборудование: штатив с держателем, пружина с креплением и мерной лентой, 15 скрепок (300 мг каждая), лист бумаги из ученической тетради, петля из тонкой нити.

Миллидинамометр представляет собой самодельную пластиковую пружину с прикрепленными к ней трубочкой и мерной лентой. Эта конструкция **разборке не подлежит**.

В лапке штатива закреплять устройство в месте соединения трубочки и пружины. В том же месте должно находиться начало отсчета мерной ленты.

Ускорение свободного падения считать равным $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Часть 1. Исследование пружины.

Перед проведением измерений отметьте средний виток пружины (назовем ее серединой пружины).

1.1 Измерьте длину пружины в недеформированном состоянии L_0 и длину пружины в растянутом состоянии под действием собственного веса L_1 .

1.2 Исследуйте зависимости координат середины и конца пружины (отсчет вести от начала пружины) от массы нагрузки (массы подвешенных к концу пружины скрепок). Постройте графики полученных зависимостей.

1.3 Получите теоретические формулы, описывающие длину пружины и длину ее половины в зависимости от массы подвешенных скрепок, выразите их через коэффициент жесткости пружины k , массу всей пружины m_0 , длину пружины в недеформированном состоянии L_0 , массу подвешенных скрепок m .

1.4 Используя полученные графики, рассчитайте коэффициент жесткости всей пружины k ; коэффициент жесткости половины пружины $k_{0,5}$; массу пружины m_0 .

Коэффициентом жесткости называется отношение изменения силы упругости к изменению деформации пружины

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x}. \quad (1)$$

1.5 Покажите, что внешняя сила F , приложенная к концу пружины, связана с длиной пружины L линейным соотношением

$$F = aL + b. \quad (2)$$

Определите численные значения параметров a, b этой функции (если сила измеряется в миллиньютонах, а длина в сантиметрах).

Рассчитайте эти параметры при вертикальном (подвешенном) и горизонтальном (на гладком столе) положении пружины.

Часть 2. Характеристики миллидинамометра и его применение.

Примем за минимальную измеримую деформацию пружины (цена деления) $\Delta x_{\min} = 2$ мм. Максимальная деформация пружины (предел измерения) определяется предельным значением мерной ленты в конструкции миллидинамометра.

2.1 Определите *максимальное* и *минимальное* значение силы деформации пружины в миллиньютонах, которые можно измерить этим миллидинамометром. 2.2 Измерьте массу листа бумаги из ученической тетради. 2.3 Измерьте значение коэффициента трения скольжения листа бумаги по поверхности ученического стола.



Решение

Задание 1. Миллидинамометр. Решение.

Часть 1. Исследование пружины.

1.1 Длина недеформированной пружины

$$L_0 = 10,0 \text{ см} \quad (1)$$

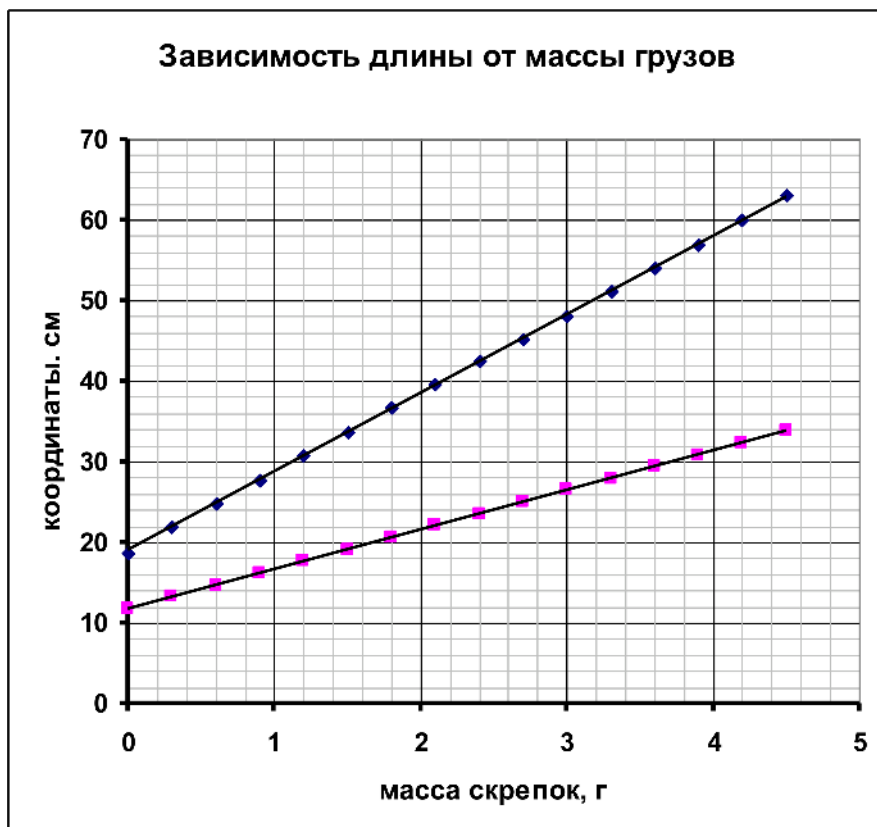
Длина пружины, растянутой под собственным весом, равна

$$L_1 = 19,0 \text{ см} \quad (2)$$

1.2 Результаты измерений зависимости координат конца и середины пружины от массы подвешенного груза приведены в Таблице 1 и на графиках

Таблица 1.

n	**m, г**	**L, см**	**L_{0,5}, см**
0	0	18,8	11,8
1	0,3	21,9	13,2
2	0,6	24,8	14,7
3	0,9	27,8	16,2
4	1,2	30,8	17,6
5	1,5	33,8	19,1
6	1,8	36,8	20,6
7	2,1	39,6	22,0
8	2,4	42,6	23,5
9	2,7	45,3	25,0
10	3,0	48,1	26,5
11	3,3	51,1	27,9
12	3,6	54,0	29,4
13	3,9	57,0	30,9
14	4,2	60,0	32,3
15	4,5	63,0	33,8



1.3 Чтобы найти требуемые характеристики запишем теоретическую формулу длины целой пружины, считая, что ее деформация подчиняется закону Гука:

$$L = L_0 + \frac{m_0 g}{2k} + \frac{mg}{k}. \quad (3)$$

В этом выражении: Первое слагаемое – длина недеформированной пружины; Второе слагаемое – деформация пружины под действием собственного веса; Третье слагаемое – деформация пружины под действием веса подвешенных скрепок. Аналогично для половины пружины можно записать (учетом того, что ее коэффициент жесткости в два раза больше):

Экспериментальный тур. 8

$$L_{0,5} = \frac{1}{2}L_0 + \frac{\frac{m_0}{2}g}{2(2k)} + \frac{(m + \frac{m_0}{2})g}{2k} = \frac{1}{2}L_0 + \frac{3}{4}\frac{m_0 g}{k} + \frac{mg}{2k}. \quad (4)$$

1.4 Расчет по МНК параметров линейной зависимости $L = am + b$ дает следующие значения коэффициентов

$$a = 9,77 \frac{\text{см}}{\text{г}}, \quad b = 19,0 \text{ см}. \quad (5)$$

Используя теоретическую зависимость (3), находим требуемые параметры

$$\begin{aligned} a = \frac{g}{k} &\Rightarrow k = \frac{g}{a} \\ b = L_0 + \frac{m_0 g}{2k} &\Rightarrow m_0 = 2k \frac{b - L_0}{g}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подстановка численных значений приводит к результатам

$$k = \frac{g}{a} = \frac{9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{9,77 \frac{\text{см}}{\text{г}}} = 1,0 \frac{\text{МН}}{\text{см}}. \quad (7)$$

$$m_0 = 2k \frac{b - L_0}{g} = 2 \cdot 1,0 \frac{\text{МН}}{\text{см}} \frac{(19,0 - 10,0) \text{см}}{9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} = 1,8 \text{г} \quad (8)$$

Аналогичный расчет для деформации половины пружины подтверждает теоретические построения: коэффициент жесткости оказывается в 2 раза большим, значения массы пружины совпадает с найденным значением.

1.5 Из формулы (3) выразим значение силы

$$\begin{aligned} L &= L_0 + \frac{m_0 g}{2k} + \frac{F}{k} \Rightarrow \\ F &= kL - k \left(L_0 + \frac{m_0 g}{2k} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Откуда следует, что искомые коэффициенты градуировочной функции равны

$$a = k = 1,0 \frac{\text{МН}}{\text{см}}, \quad b = -k \left(L_0 + \frac{m_0 g}{2k} \right) = -19 \text{МН}. \quad (10)$$

Полученные значения дают простое правило расчета силы по длине пружины: сила в миллиньютонах равна длине пружины в см минус 19. При горизонтальном расположении динамометра из параметра b следует исключить деформацию пружины под действием собственного веса. В этом случае значение коэффициента a остается неизменным, а коэффициент b становится равным

$$a = k = 1,0 \frac{\text{МН}}{\text{см}}, \quad b = -kL_0 = -10 \text{МН}. \quad (11)$$

Часть 2. Характеристики миллидинамометра и его применение.

2.1 При любом положении динамометра его чувствительность (точность измерения силы) равна

Экспериментальный тур. 9

$$\Delta F_{\min} = k \Delta x_{\min} = 0,2 \text{МН}. \quad (12)$$

Максимальное значение силы определяется длиной шкалы измерения длины. Если принять ее равной 150 см, то максимальная сила равна $F_{\max} = 140 \text{МН}$ при горизонтальном расположении динамометра и $F_{\max} = 131 \text{МН}$ при вертикальном расположении.

2.2 Непосредственные измерения деформации пружины с подвешенным листом бумаги дают значение массы листа бумаги $m = 1,7 \text{г}$.

2.3 Когда пружина находится на поверхности стола необходимо учесть силу трения, действующую на саму пружину, которая также трется о стол. В этом случае необходимо измерить деформации пружины в зависимости от числа скрепок, лежащих на листе бумаги. Тогда коэффициент наклона будет определяться трением бумаги о стол. А сила трения, действующая на пружину, будет влиять только на коэффициент сдвига. В результате измерений получено значение $\mu \approx 0,2$.

Экспериментальный тур. 10