

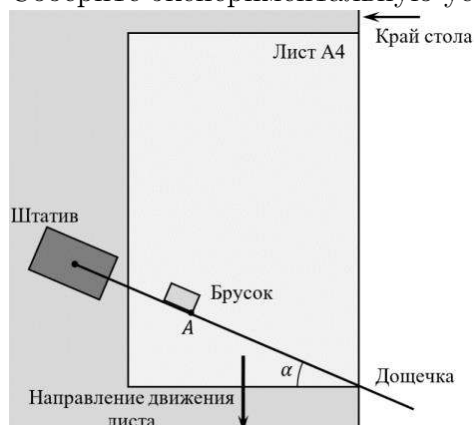
Условие

Задание 2. Куда направлена сила трения?

Приборы и оборудование: штатив с лапкой, карандаш, небольшой деревянный брусок, металлический цилиндр, листы бумаги А4, деревянная дощечка, большой круглый цилиндр, линейка 40 см, транспортир.

Часть 1. Тянем бумагу.

Соберите экспериментальную установку так, как показано на рисунке.



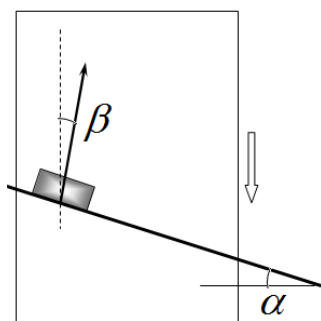
Прочно закрепите деревянную дощечку в лапке штатива, так чтобы она располагалась горизонтально и слегка касалась поверхности стола. Под этой дощечкой расположите лист бумаги, так чтобы его край совпадал с краем стола. На лист бумаги положите деревянный брусок так, чтобы он касался дощечки.

Положение дощечки будем задавать углом α , показанным на рисунке.

Если равномерно тянуть лист бумаги в указанном на рисунке направлении, то при некоторых значениях угла α брусок будет скользить вдоль линейки.

В этой части Вам предстоит исследовать это движение и по его параметрам определить коэффициент трения бруска о дощечку.

Удобно рассматривать движение бруска относительно листа бумаги.



1.1 Покажите, что движение бруска относительно листа бумаги будет прямолинейным, по прямой, направленной под некоторым постоянным углом β к направлению движения листа бумаги относительно стола. Получите формулу, позволяющую рассчитать значение коэффициента трения бруска о дощечку μ по измеренным значениям углов α и β .

Установите дощечку под углом $\alpha = 30^\circ$.

1.2 Медленно передвигая лист бумаги, отметьте несколько положений бруска на листе бумаги. Установите, можно ли считать траекторию движения бруска относительно бумаги прямолинейной. Определите среднее значение угла β .

Подпишите лист (укажите номер пункта задания) на котором вы получили эту траекторию и сдайте этот лист.

В дальнейшем угол β измеряйте по двум точкам: начальной и конечной (после смещения листа бумаги на 10-15 см).

1.3 Измерьте зависимость угла движения бруска β от угла наклона доски α . Постройте график полученной зависимости.

1.4 Используя полученный график, рассчитайте значение коэффициента трения бруска о доску. Оцените погрешность найденного значения.

1.5 Используя полученный график, определите минимальное значение угла α , при котором брусок начинает скользить вдоль линейки.

Замените брусок металлическим цилиндром, который ставьте на лист бумаги вертикально, на основание.

При измерениях: отметьте начальное положение цилиндра, после этого сместите лист бумаги на расстояние 10-15 см, отметьте конечное положение цилиндра. Определите угол β , под которым направлен вектор смещения цилиндра относительно листа бумаги к направлению движения листа относительно стола (это тот же угол, что и в предыдущем упражнении с бруском).

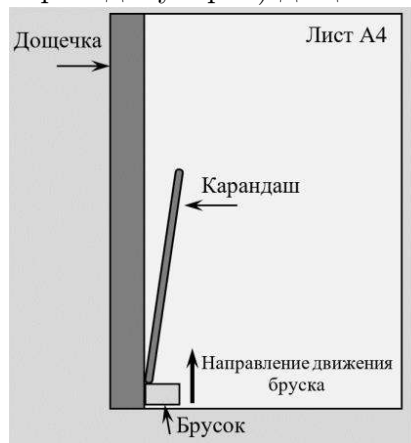
1.6 Измерьте зависимость угла β от угла наклона доски α . Постройте график полученной зависимости. 1.7 Дайте теоретическое объяснение полученной зависимости. Укажите, какие параметры данной системы влияют на характер движения оси цилиндра. Получите численные оценки этих параметров.

Часть 2. Толкаем карандаш.

Схема установки.

Лист бумаги расположен на горизонтальном столе. Возле левого края помещается доска (рисунок). У нижнего левого края помещается брусок. В угол между брусочком и доской остриём упирается карандаш, расположенный под небольшим углом к доске.

Положение карандаша (остриё и противоположный край) отмечают на бумаге карандашом. Брусок перемещают вдоль края доски. Через 1-2 см отмечают положение карандаша. Перемещение бруска заканчивается, когда карандаш расположится перпендикулярно (или почти перпендикулярно) доске.



2.1 Постройте траекторию движения центра карандаша относительно бумаги.

Построение проводите на том же листе, с помощью которого она была получена. Подпишите (номер пункта задания) и сдайте этот лист бумаги.

2.2 Предложите простую эмпирическую функцию, которая описывает полученную траекторию. Укажите численные значения параметров этой функции. 2.3 Дайте качественное теоретическое объяснение полученной траектории.



Республиканская физическая олимпиада 2023 года
(Заключительный этап)

Экспериментальный тур

Решение

Задание 2. Куда направлена сила трения? Решение.

Часть 1. Тянем бумагу.

1.1 Сила трения направлена в сторону противоположную вектору относительной скорости движения тела. Эта основная идея позволяет легко построить направление сил, действующих на брусок (сила нормальной реакции, сила трения о бумагу, сила трения о дощечку). Как и в банальном случае движения бруска по наклонной плоскости, коэффициент трения оказывается равным тангенсу угла между нормалью к поверхности дощечки и направлением результирующей силы взаимодействия бруска с дощечкой. В данном случае

$$\mu = \operatorname{tg}(\alpha - \beta). \quad (1)$$

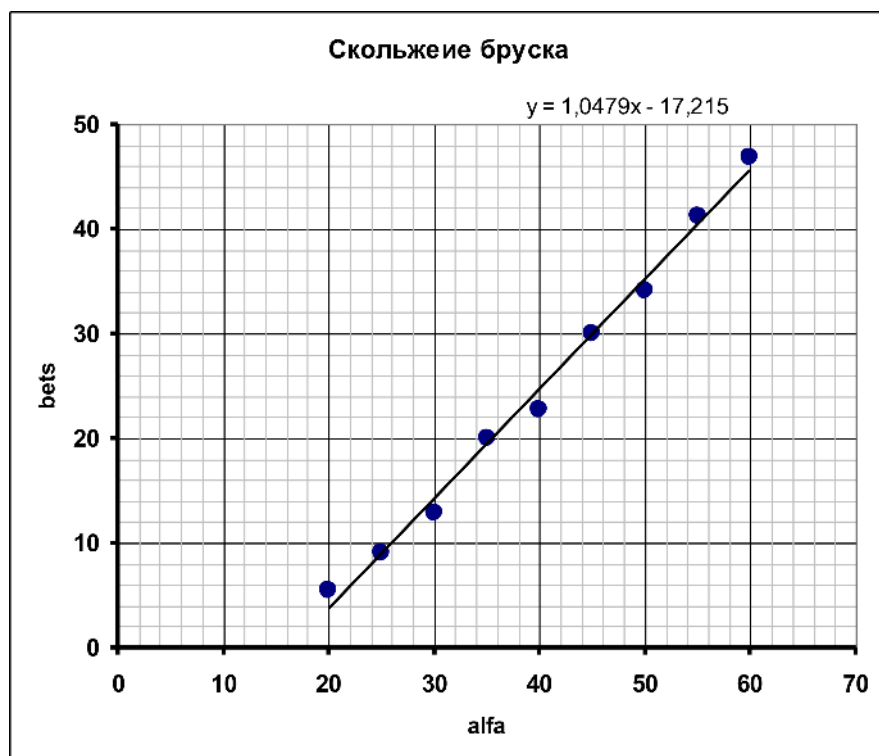
1.2 Траектория движения бруска действительно близка к прямой линии. При этом угол наклона траектории примерно равен

$$\beta \approx 15^\circ. \quad (2)$$

1.3 Результаты измерений зависимости между углами β и α представлены в таблице 1 и на графике.

Таблица 1.

α	β
10	0,0
15	0,0
20	5,4
25	9,1
30	12,9
35	20,0
40	22,8
45	30,0
50	34,0
55	41,3
60	46,8



1.4 Из формулы (1) следует, что

$$\beta = \alpha - \arctg \mu. \quad (2)$$

График подтверждает данную зависимость, так как коэффициент его наклона близок к 1. Коэффициент сдвига равен $b = 17,2^\circ$, откуда следует, что

$$\mu = \operatorname{tg} b = 0,31. \quad (3)$$

Погрешность найденного значения составляет примерно 10%.

Экспериментальный тур. 11

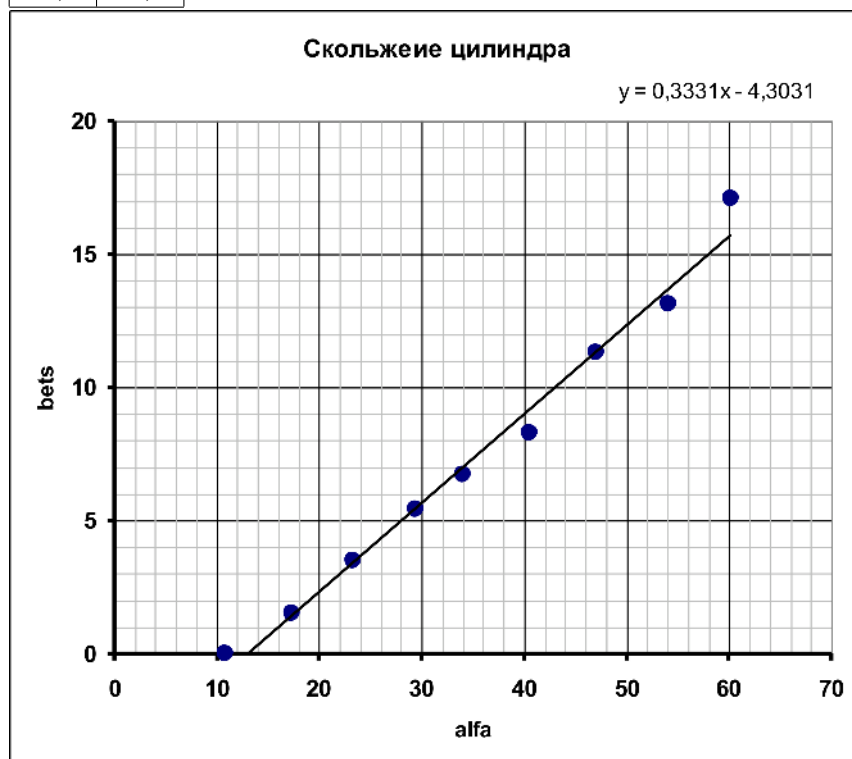
1.5 Из формулы (2) следует, что минимальное значение угла, при котором начинается скольжение, равно

$$\alpha_{\min} = b \approx 17^\circ, \quad (4)$$

Что подтверждается экспериментально.

1.6 Результаты аналогичных измерений для металлического цилиндра приведены в Таблице 2 и на графике. Таблица 2.

α	β
6,0	0
10,8	0
17,4	1,5
23,4	3,5
29,5	5,4
34,1	6,7
40,5	8,3
47,1	11,3
54,1	13,1
60,2	17,1



1.7 Полученная зависимость линейна, но принципиально отличается от предыдущей зависимости, так как коэффициент наклона существенно отличается от 1. Главная причина этого заключается во вращательном движении цилиндра. Вследствие этого сила трения направлена под некоторым углом к вектору относительной скорости. Оценка этого угла отклонения дает значение примерно равное 7° . Вторая причина полученного отличия заключается в том, что в данном случае сила трения боковой поверхности цилиндра о дощечку является трением покоя, поэтому она определяется тангенциальной составляющей внешней силы, в данном случае силы трения основания цилиндра о поверхность бумаги.

Часть 2. Толкаем карандаш.

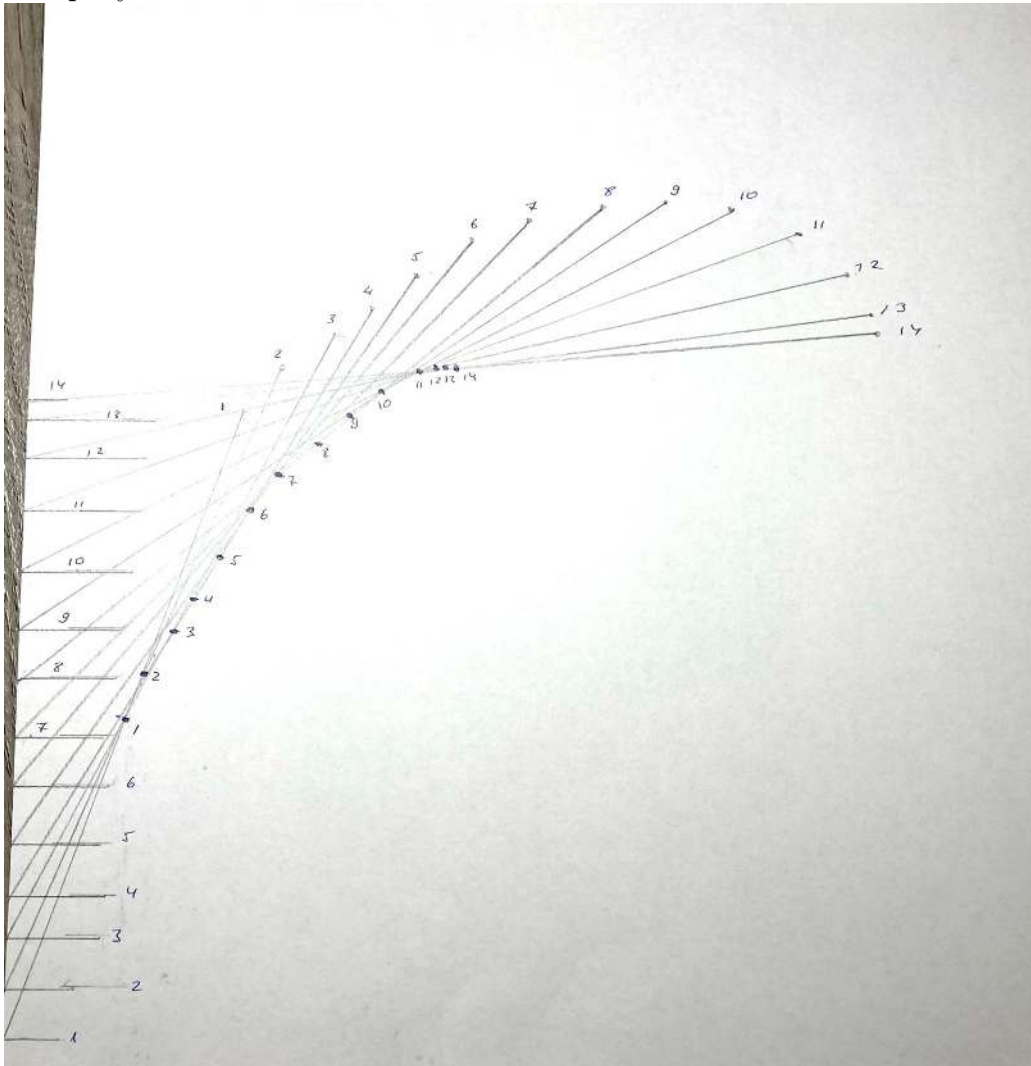
2.1 Требуемые построения представлены на рисунке на следующей странице.

2.2 Полученная траектория движения центра карандаша не линейна, поэтому простейшая функция, которая ее описывает, есть квадратичная функция

$$y = y_0 \frac{x(2x_0 - x)}{x_0^2}, \quad (5)$$

Где $x_0 \approx 4,5$ см, $y_0 \approx 14$ см - координаты вершины параболы. Экспериментальный тур. 12

2.3 Причина такого поведения заключается в том, что при повороте карандаша увеличивается момент силы трения, закручивающий карандаш. Это приводит к еще более быстрому его повороту.

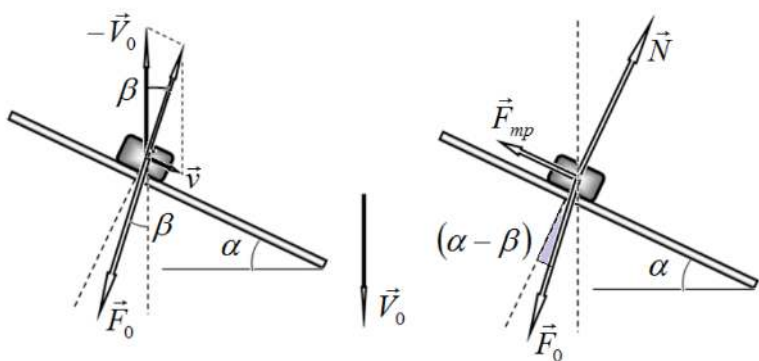


Экспериментальный тур. 13

Теоретическая добавка

Часть 1. Тянем бумагу.

1.1 Сила трения направлена в сторону противоположную вектору относительной скорости движения тела. Рассмотрим движение бруска. Когда мы начинаем тянуть бумагу с некоторой скоростью $\vec{V}_0$ на брусок начинает действовать сила трения со стороны бумаги $\vec{F}_0$, направленная в сторону противоположную скорости движения бруска относительно бумаги. Эта сила приводит к появлению силы нормальной реакции $\vec{N}$ со стороны дощечки. Под действием этих сил брусок начинает смещаться относительно дощечки с некоторой скоростью $\vec{v}$, вследствие чего появляется сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$.



Но (самое важное!) при после начала движения бруска относительно дощечки изменяется направление силы $\vec{F}_0$. Вектор относительной скорости движения бруска $(\vec{v} - \vec{V}_0)$ образует некоторый угол β с направлением движения бумаги. Именно под этим углом и будет смещаться брусок относительно бумаги, именно этот угол легко поддается измерению. То, что направление силы $\vec{F}_0$ зависит от скорости движения, является причиной того, что движение бруска становится равномерным! При таком движении сумма сил, действующих на брусок равна нулю, поэтому можно записать:

$$\begin{aligned} F_0 \sin(\alpha - \beta) &= F_{\text{тр}} \\ F_0 \cos(\alpha - \beta) &= N \end{aligned} \quad (1)$$

Используя закон для силы трения $F_{\text{тр}} = \mu N$, получим

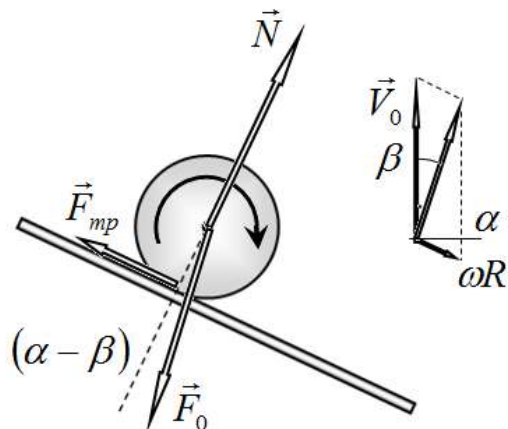
$$\text{tg}(\alpha - \beta) = \mu. \quad (2)$$

Окончательно получаем, что

$$\beta = \alpha - \arctg \mu. \quad (3)$$

Экспериментальный тур. 14

Качение цилиндра.



Описание движения цилиндра проводится аналогичным образом. На рисунке показаны силы, действующие на катящийся цилиндр. При установившемся движении выполняется уравнение

$$F_0 \sin(\alpha - \beta) = F_{\text{тр}}, \quad (1)$$

в котором сила трения есть сила трения покоя, покоя, которая не может быть выражена с помощью какой-либо формулы. Поэтому нужны дополнительные уравнения. Так цилиндр катится с постоянной скоростью (и считаем, что без проскальзывания) то сумма моментов сил, действующих на цилиндр равна нулю. Это условие относительно оси цилиндра имеет вид

$$F_{\text{тр}}R = M, \quad (2)$$

Где M - момент сил трения, действующих на основание цилиндра со стороны бумаги. В этих уравнениях M и F_0 сложным образом зависят от скоростей поступательного и вращательного движений цилиндра. К уравнениям динамики (1)-(2) следует добавить геометрическое соотношение между скоростями поступательного и вращательного движений:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\omega R \cos \alpha}{V_0 - \omega R \sin \alpha} = \frac{\Omega \cos \alpha}{1 - \Omega \sin \alpha}. \quad (3)$$

Эта система позволяет найти связь между углами β и α , при известной зависимости M и F_0 от отношения $\Omega = \frac{\omega R}{V_0}$. Найти эти зависимости достаточно сложно, но можно предложить простые модельные соотношения, полученные на основании следующих логических заключений. При отсутствии вращения суммарная сила трения равна

$$F_0 = \mu_0 mg \quad (4)$$

Вращение даст некоторую поправку к этому выражению. Поэтому приближенно можно считать, что эта формула применима и при небольшом вращении. Момент сил трения относительно оси при поступательном движении равен нулю, он появляется при вращении, поэтому приближенно можно считать, что этот момент пропорционален отношению $\Omega = \frac{\omega R}{V_0}$, и записать

$$M = C \mu_0 mg R \cdot \Omega. \quad (5)$$

где C - некоторый безразмерный коэффициент. Наконец, можно использовать приближение малых углов ($\sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta \approx \beta$, $\cos \beta \approx 1$). В этом случае из записанных уравнений следует, что

$$\beta \approx \frac{\alpha}{1 + C}. \quad (6)$$

Экспериментальный тур. 15

