

Условие

Задание 1. Мыльное трение.

Приборы и оборудование: штатив, кусок мыла, секундомер, линейка, доска, резиновая полоса, набор грузов (100, 50, 20, 10 г), влажная салфетка.

Полоску резины перед каждым измерением надо вытереть начисто влажной салфеткой.

Известный закон Кулона-Амонтона, описывающий силу трения

$$F = \mu N, \quad (1)$$

в котором коэффициент трения считается постоянной величиной $\mu = \text{const}$, является приближенным.

Р. Ариано в 1929 году установил, что коэффициент силы трения мыла о резину μ увеличивается с ростом скорости тела v . Эта зависимость может быть описана (тоже приближенно) формулой

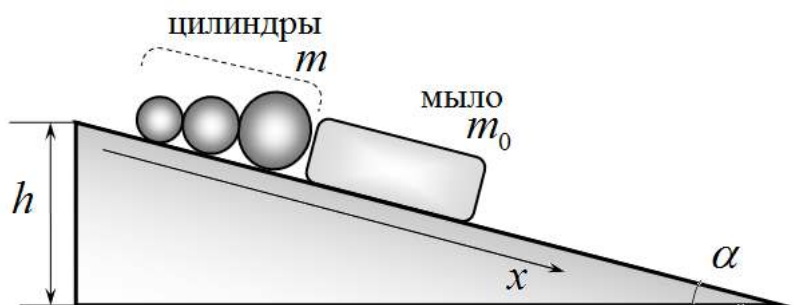
$$\mu = kv^\gamma \quad (2)$$

где k - некоторый постоянный размерный коэффициент.

В данной задаче Вам предстоит исследовать движение куска мыла по наклонной плоскости, покрытой полоской резины. Главной целью работы является определение показателя степени γ .

Экспериментальная установка.

В качестве наклонной плоскости используется доска, покрытая полоской резины. На полоску резины прикрепите полоску со шкалой, позволяющей измерять координаты x движущихся тел. Верхний край доски закреплен в штативе. Высоту этого края над поверхностью стола h можно изменять в ходе эксперимента. Второй край доски опирается на поверхность стола. На доске располагается кусок мыла, скольжение которого изучается в данной работе.



Для стабилизации движения можно использовать специальный «двигатель»: за куском мыла расположен металлический цилиндр (или несколько цилиндров).

Массы куска мыла m_0 и цилиндров Вам будут указаны.

С помощью секундомера с памятью этапов Вы можете измерять времена прохождения куска мыла через определенные отметки на шкале x .

Часть 1. Теоретическое введение.

Обозначим угол наклона плоскости к горизонту α , массу куска мыла m_0 , массу всех цилиндров - m . Считайте, что сила трения, действующая на мыло, подчиняется формулам (1) - (2). Силой трения цилиндров между собой и трением качения пренебрегайте. Угол наклона плоскости считайте малым, таким, что $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

1.1 Покажите, что скорость установившегося движения куска мыла, может быть описана формулой

$$v = C_0 f \cdot h^\beta \quad (3)$$

Где C_0 - некоторый размерный коэффициент, $f = f\left(\frac{m}{m_0}\right)$ - некоторая безразмерная функция, зависящая от отношения масс цилиндров и мыла.

1.2 Выразите показатель степени β в формуле (3) через показатель степени в формуле (2).

1.3 Найдите вид функции $f = f\left(\frac{m}{m_0}\right)$.

Часть 2. Закон движения.

Установите край доски в штативе на высоте $h \approx 70$ мм. В качестве «двигателя» используйте цилиндр массы $m = 100$ г. Пронаблюдайте движение куска мыла, приблизительно определите интервал координат, в котором движение мыла можно считать равномерным. Начало отсчета совпадает с началом движения куска мыла.

2.1 Укажите, в каком диапазоне координат движение куска мыла можно считать равномерным.

2.2 Измерьте закон движения (зависимость координаты от времени) куска мыла $x(t)$. Постройте график полученной зависимости.

2.3 Рассчитайте с максимальной точностью среднюю скорость движения куска мыла на выбранном участке. Оцените погрешность найденного значения.

2.4 Рассчитайте среднюю скорость, как отношение пройденного пути ко времени движения.

В дальнейшем при расчете скорости используйте упрощенный метод, использованный в пункте 2.4.

Часть 3. Зависимость установившейся скорости от наклона плоскости.

В данной части исследуйте движение куска мыла без «двигателя» (без цилиндров).

3.1 Исследуйте зависимость скорости установившегося движения мыла v от высоты края наклонной плоскости h . Постройте график полученной зависимости.

3.2 Покажите (с помощью линеаризованного графика зависимости $v(h)$), что эта зависимость может быть описана формулой (3). Рассчитайте значение (и погрешность) показателя степени β в этой формуле.

3.3 Рассчитайте значение показателя степени γ в формуле (2), оцените погрешность найденного значения.

Часть 4. Зависимость скорости от массы цилиндров.

Расчет погрешностей в данной части не требуется.

Установите край доски на высоте $h \approx 70$ мм и не меняйте ее положение.

4.1 Исследуйте зависимость скорости установившегося движения мыла v от массы «толкающих» цилиндров m . Постройте график полученной зависимости.

4.2 Используя полученную зависимость $v(m)$, определите показатель степени γ в формуле (2). Кратко опишите, как Вы получили это значение.

4.3 Укажите, основную причину, по которой найденные значения γ различаются.

Решение

Задание 1. Мыльное трение. Решение.

Часть 1. Теоретическое введение.

1.1 При движении куска мыла по наклонной плоскости с постоянной скоростью выполняется уравнение, следующее из 2 закона Ньютона:

$$(m + m_0)g \sin \alpha - kv^\gamma m_0 g \cos \alpha = 0. \quad (1)$$

Из этого уравнения следует, что

$$v = \left(\frac{1}{k} \frac{m + m_0}{m_0} \frac{h}{L} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = C \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} h^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (2)$$

1.2 Из полученного выражения следует, что

$$\beta = \frac{1}{\gamma}. \quad (3)$$

1.3 Из формулы (2) находим, что

$$f \left(\frac{m}{m_0} \right) = \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4)$$

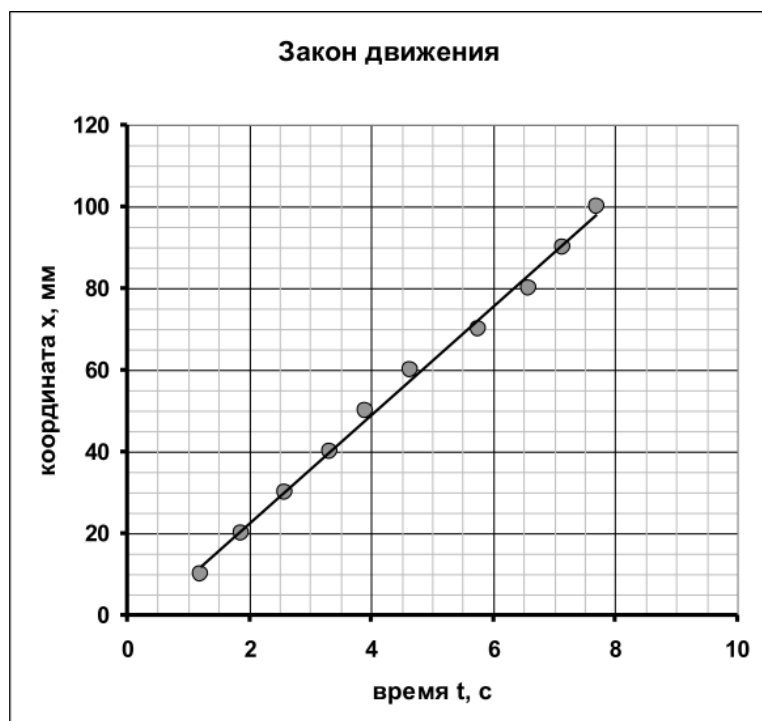
Часть 2. Закон движения.

2.1 Предварительные измерения показывают, что движению становится равномерным практически сразу после начала движения, после 2-3 см пройденного пути.

2.2 С помощью секундомера проще засекают времена прохождения мыла через фиксированные отметки координат. Результаты измерений приведены в Таблице 1 и на графике.

Таблица 1.

** x , мм**	** t , с**
10	1,21
20	1,88
30	2,58
40	3,33
50	3,90
60	4,65
70	5,76
80	6,58
90	7,14
100	7,71



Экспериментальный тур. 16

Полученная зависимость линейна, что подтверждает равномерность движения. **2.3** Максимальная точность достигается при использовании метода наименьших квадратов (МНК). Расчет по данным, приведенным в Таблице 1, дает результат

$$v = (13,3 \pm 0,6) \frac{\text{мм}}{\text{с}}. \quad (5)$$

2.4 Расчет «примитивным» способом дает значение

$$v = \frac{S}{t} = \frac{100\text{мм}}{7,71\text{с}} = 13,0 \frac{\text{мм}}{\text{с}}. \quad (6)$$

Что попадает в доверительный интервал, рассчитанный по МНК.

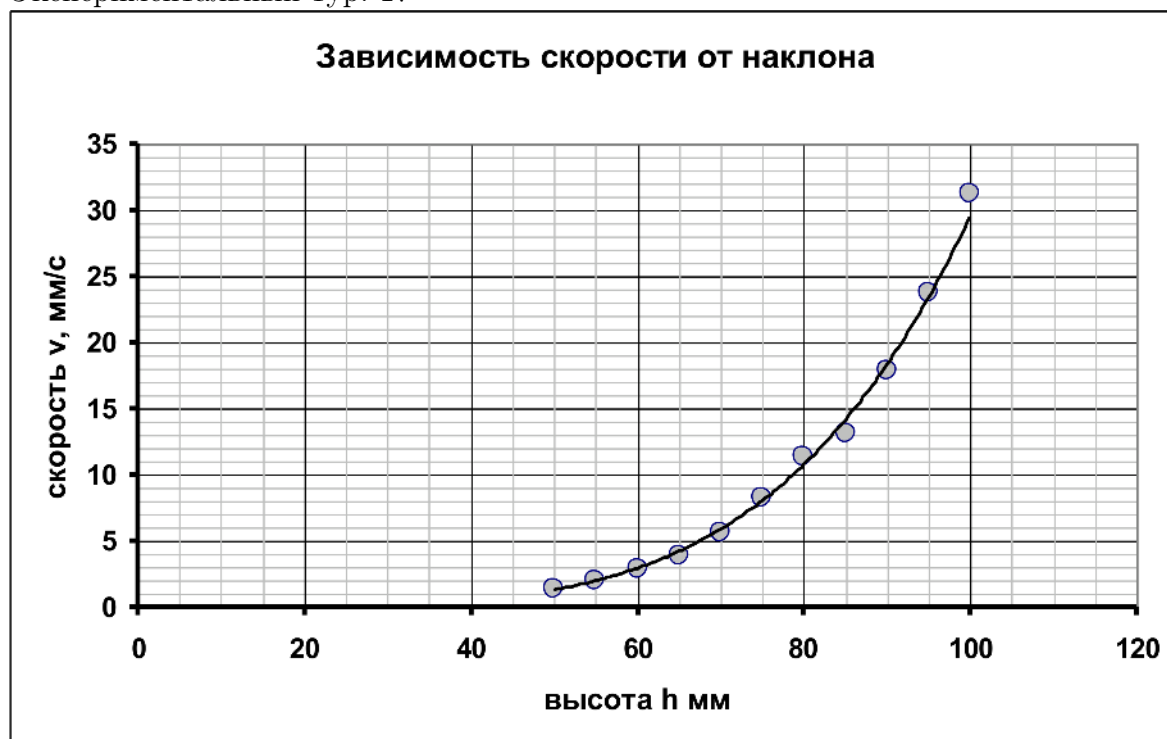
Часть 3. Зависимость установившейся скорости от наклона плоскости.

3.1 В Таблице 2 приведены результаты измерения времени движения мыла t на участке равномерного движения $s = 50\text{мм}$. В таблице приведены результаты расчета скорости движения, а также расчеты, для построения линеаризованного графика в двойном логарифмическом масштабе. **Таблица 2.**

h, мм	**t, с**	**v, мм/с**	**ln h**	**ln v**
50	36,5	1,370	3,912	0,315
55	25,5	1,961	4,007	0,673
60	17,4	2,874	4,094	1,056
65	12,7	3,937	4,174	1,370
70	8,8	5,682	4,248	1,737
75	6,1	8,197	4,317	2,104
80	4,4	11,364	4,382	2,430
85	3,8	13,158	4,443	2,577
90	2,8	17,857	4,500	2,882
95	2,1	23,810	4,554	3,170
100	1,6	31,250	4,605	3,442

Ниже показан график полученной зависимости.

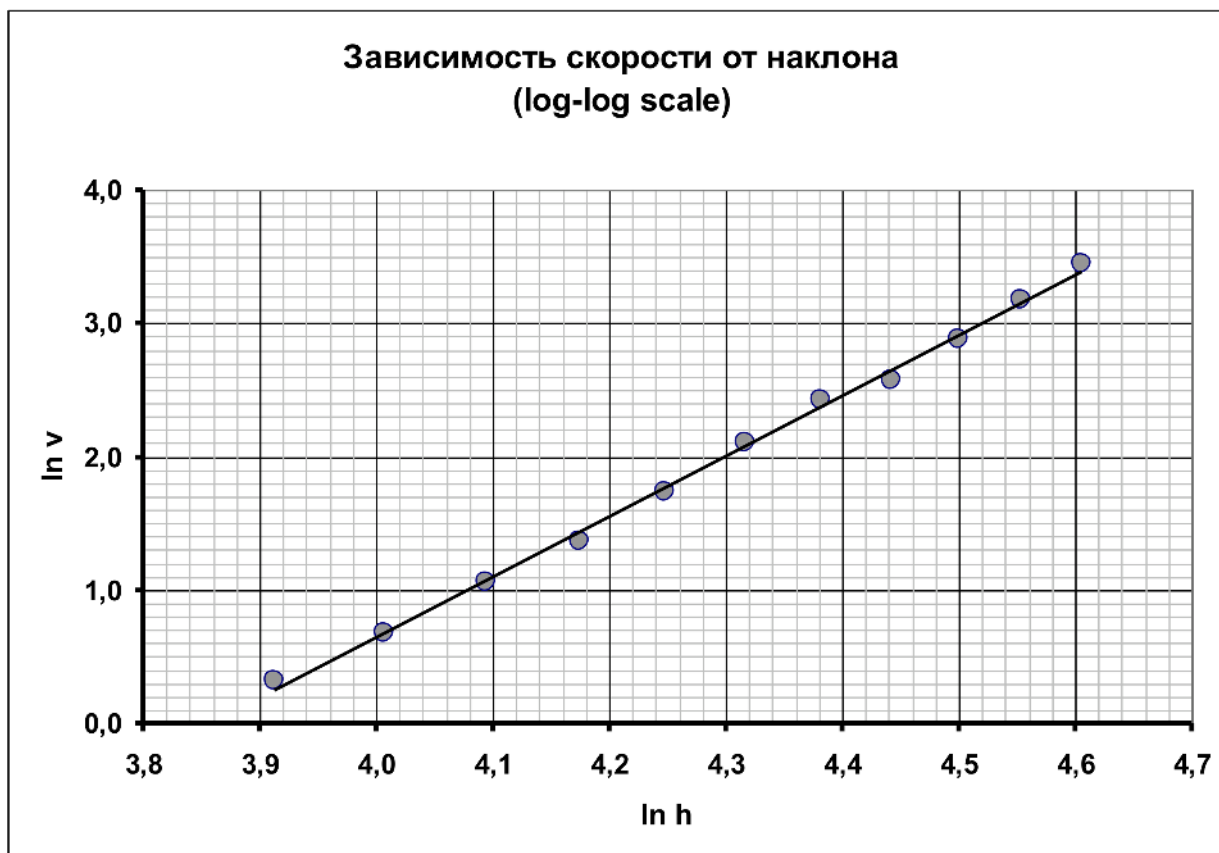
Экспериментальный тур. 17



3.2 Из формулы (2) следует, что зависимость скорости от высоты подъема наклонной плоскости в двойном логарифмическом масштабе линейна

$$\ln v = \beta \ln h + b. \quad (7)$$

График этой зависимости показан на рисунке.



Линейность данного графика подтверждает справедливость формулы (3). Как следует из формулы (7) коэффициент наклона этой зависимости равен показателю степени β . Расчет по МНК дает значение

Экспериментальный тур. 18

$$\beta = 4,53 \pm 0,14 \quad (8)$$

3.3 Значение показателя степени γ :

$$\gamma = \frac{1}{\beta} = 0,22$$

$$\Delta\gamma = \gamma \frac{\Delta\beta}{\beta} = 0,01 \quad (9)$$

Часть 4. Зависимость скорости от массы цилиндров.

4.1 Эксперимент проводился для куска мыла массой $m_0 = 75\text{г}$ для разных масс «двигателя». Высота края $h = 80\text{ мм}$. Путь мыла в каждом опыте $S = 100\text{мм}$.

Результаты измерений скорости установившегося движения мыла от массы цилиндров приведены в таблице 3. В этой же таблице приведены результаты расчётов, для построения линеаризованного графика.

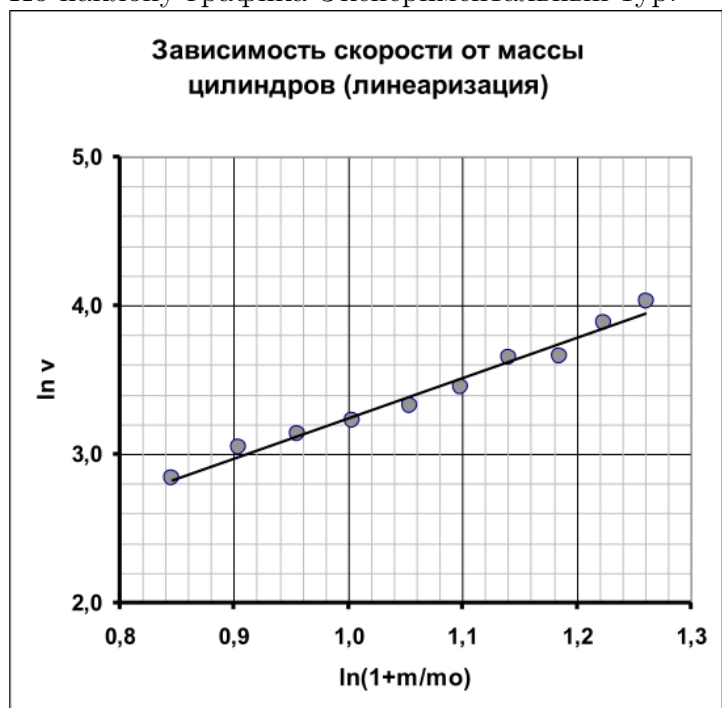
Таблица 3.

<i>m</i>, г	<i>t</i>, с	<i>v</i>, мм/с	$\ln(1 + m/m_0)$	$\ln v$
100	5,87	17,04	0,846	2,835
110	4,77	20,96	0,904	3,043
120	4,36	22,94	0,956	3,133
130	3,98	25,13	1,004	3,224
140	3,60	27,78	1,054	3,324
150	3,18	31,45	1,099	3,448
160	2,61	38,31	1,141	3,646
170	2,58	38,76	1,185	3,657
180	2,06	48,54	1,224	3,882
190	1,79	55,87	1,261	4,023

4.2 Из уравнения (2) при постоянном значении h следует.

$$\ln v = \frac{1}{\gamma} \ln \left(1 + \frac{m}{m_0} \right) + b_2 \quad (10)$$

Поэтому зависимость $\ln v$ от параметра $\ln \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)$ должна быть линейной. На рисунке показан график этой линеаризованной зависимости, который действительно близок к линейному. По наклону графика Экспериментальный тур.



9

можно определить показатель степени в формуле для коэффициента трения:

$$\gamma \approx 0,37. \quad (11)$$

Это значение заметно отличается от значения, полученного ранее.

4.3 Основной причиной этого различия, по-видимому, является пренебрежение силой трения между цилиндрами. Можно сказать, что это трение «эффективно» уменьшает массу цилиндров, толкающих мыло.

Экспериментальный тур. 20