

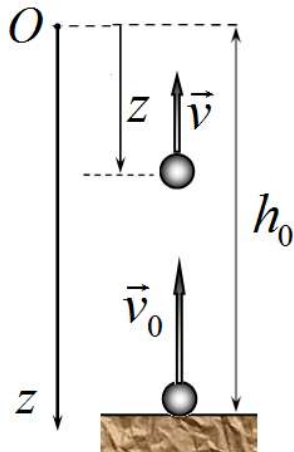
Условие

Задание 2. Вытекание

Часть 1. Бросок

В данной части вам необходимо описать движение тела, брошенного вертикально вверх, в не совсем обычной системе координат. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Небольшой шарик брошен вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Обозначим максимальную высоту подъема шарика h_0 . Введем ось координат z , направленную вертикально вниз, начало отсчета которой совпадает с максимальной высотой подъема. Далее под скоростью v_z и ускорением a_z подразумеваются проекции скорости и ускорения шарика на ось z .



1.1 Выразите максимальную высоту подъема шарика h_0 через начальную скорость v_0 и ускорение свободного падения g .

1.2 Чему равны проекции ускорения и начальной скорости шарика на ось z - a_z , v_{0z} ?

1.3 Найдите зависимость скорости шарика v_z от координаты z - $v_z(z)$.

1.4 Найдите зависимость координаты шарика z от времени $z(t)$. В качестве параметров этой функции используйте только начальную скорость v_0 и ускорение свободного падения g .

1.5 Постройте схематический график зависимости $z(t)$. Укажите характерные точки этого графика.

Обозначим $\tau_{0,5}$ («время полуподъема») - время, за которое шарик поднимается на высоту $\frac{h_0}{2}$, равную половине максимальной высоты. Это время $\tau_{0,5}$ может быть выражено через максимальную высоту подъема h_0 и ускорение свободного падения следующим образом:

$$\tau_{0,5} = Ch_0^\alpha g^\beta, \quad (1)$$

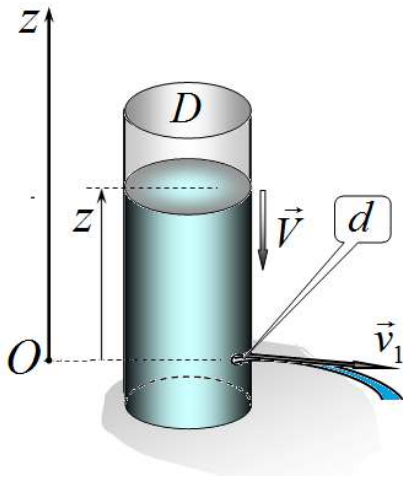
где C - некоторый безразмерный численный коэффициент, α, β - постоянные показатели степеней.

1.6 Найдите значения показателей степеней α, β в формуле (1).

1.7 Рассчитайте численное значение коэффициента C в формуле (1).

Часть 2. Дырявый сосуд

В данной части задачи вам необходимо описать процесс вытекания жидкости из сосуда, в стенке которого имеется небольшое отверстие.



В боковой стенке вертикального цилиндрического сосуда с диаметром поперечного сечения D проделали малое круглое отверстие диаметра d вблизи дна сосуда. Обозначим отношение этих диаметров $\eta = \frac{d}{D} \ll 1$

В сосуд наливают воду. Уровень воды z в сосуде отсчитывается от середины отверстия. Ось z направлена вертикально вверх. Считайте, что диаметр отверстия значительно меньше высоты уровня воды в сосуде $d \ll z$. Обозначим скорость вытекания воды из отверстия $\vec{v}_1$, скорость опускания уровня воды в сосуде $\vec{V}$. Вязкостью воды следует пренебречь, в этом приближении сохраняется механическая энергия воды, т.е. тепловых потерь нет.

2.1 Найдите зависимость скорости вытекания воды из отверстия v_1 от высоты уровня воды в сосуде $v_1(z)$.

2.2 Найдите зависимость проекции на ось z скорости опускания V_z от высоты уровня z . В качестве параметров этой функции используйте только ускорение свободного падения g и отношение диаметров η .

2.3 Чему равно ускорение, с которым опускается уровень воды в сосуде a_z ?

2.4 Найдите зависимость высоты уровня воды в сосуде от времени $z(t)$. При $t = 0$ высота уровня воды в сосуде равна h_0 . В качестве параметров функции используйте величины g, h_0, η .

2.5 Найдите через, какое время $\tau_{0,5}$ уровень воды в сосуде уменьшится в два раза.

2.6 Рассчитайте численное значение времени «полувывтекания» $\tau_{0,5}$, если $h_0 = 20$ см, $\eta = \frac{1}{20}$, $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.