

Условие

Задание 3. Брызги шампанского!

Данные для этой задачи взяты из статьи Касьянов Г. И. Физическая абсорбция углекислого газа. (<https://krkgi.ru/glav/co2tech/index.htm>)



Свойства газированных напитков (в том числе шампанских вин), во многом, определяются растворенным в них углекислым газом.

Растворимостью газа называется максимальное количество газа, которое может быть растворено в жидкости. Количество газа (может определяться массой, количеством молей, объемом) растворенное в единице объема жидкости называется концентрацией растворенного газа. Раствор, содержащий максимально возможное количество газа, называется насыщенным. Растворимость может изменяться в различных единицах: грамм/литр; моль/литр; литр/литр и т.д.

При не очень высоких давлениях растворимость газа описывается законом У.Генри: растворимость газа пропорциональная парциальному давлению газа над поверхностью жидкости:

$$C = kP, \quad (1)$$

где C - концентрация насыщенного раствора газа, P - парциальное давление растворяемого газа над поверхностью жидкости, k - постоянная Генри, зависящая от жидкости и растворяемого газа, также эта постоянная зависит от температуры.

Используйте следующие постоянные величины:

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Связь между единицами давления $1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Связь между абсолютной температурой по шкале Кельвина T и температурой по шкале Цельсия t

$$T = t + 273.$$

Атмосферное давление постоянно и равно $P_0 = 1,00 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Молярная масса углекислого газа CO_2 - $M = 44,0 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

При решении данной задачи используются следующие приближения: - углекислый газ в газовой фазе является идеальным; - объем жидкого раствора не зависит от концентрации растворенного углекислого газа; - давлением насыщенных паров воды можно пренебречь.

Часть 1. Предварительная.

Для большей наглядности и упрощения численных расчетов в данной задаче рекомендуется использовать следующие единицы измерения: единица массы – 1 грамм; единица объема – 1 литр; единица давления – 1 атмосфера. Назовем эту систему единиц ГЛА.

1.1 Найдите численное значение и размерность универсальной газовой постоянной R в указанной системе единиц.

При температуре равной $t_0 = 0,00^\circ\text{C}$ и парциальном давлении над поверхностью воды $P_0 = 1,00$ атм растворимость углекислого газа в воде равна $k_V = 1,71 \frac{\text{л}}{\text{л}}$ (т.е. в 1 литре воды растворяется 1,71 литра углекислого газа, причем этот объем рассчитывается при указанных температуре и давлении газа). Далее будем измерять концентрацию в граммах/литр (масса газа в граммах, растворенного в 1 литре воды).

1.2 Запишите формулу для расчета коэффициента k_m в законе Генри (1), если концентрация рассчитывается в г/л, а давление в атмосферах. Рассчитайте ее численное значение.

Для получения сильно газированной воды ее насыщают углекислым газом при температуре $P = 3,0$ атм и температуре $t = 0,0^\circ\text{C}$.

1.3 Рассчитайте массу углекислого газа, который содержится в двухлитровой бутылке $V = 2,0$ л сильно газированной воды.

Зависимость постоянной Генри в $k_m(t)$ от температуры описывается формулой:

$$k_m = \frac{k_0}{1 + \alpha t}, \quad (2)$$

где $k_0 = 3,4 \frac{\text{г}}{\text{л} \cdot \text{атм}}$, $\alpha = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ - постоянные величины, t - температура по шкале Цельсия.

Часть 2. Открываем бутылку!

В стандартную бутылку заливают $V_0 = 0,75$ л винного купажа (вино не содержащее углекислого газа) температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$. И плотно запечатывают бутылку. При этом в бутылке остается объем $v = 0,15$ л, заполненный воздухом (содержанием углекислого газа в нем можно пренебречь), находящимся при атмосферном давлении. После этого бутылки опускают в подвал для вызревания. Согласно справочным данным в каждой бутылке в результате брожения образуется $m_0 = 7,5$ г углекислого газа.

2.1 Найдите зависимость давления бутылке от ее температуры в диапазоне от 0°C до 30°C . Постройте график полученной зависимости.

В Листах ответов приведите формулы, по которым вы проводили расчеты. Результаты расчетов (в т.ч. промежуточных) приведите в Таблице 1, график постройте на подготовленном для Вас бланке. Допускается проведение промежуточных численных расчетов.

Неопытный молодой человек открывает бутылку с шампанским при ее температуре равной $t_0 = 25^\circ\text{C}$. При этом пробка выскакивает из бутылки и шампанское струей начинает вылетать из бутылки.

2.2 Рассчитайте, какой объем шампанского останется в бутылке после такого «эксперимента». Считайте, что при выскакивании пробки давление в бутылке резко падает до атмосферного, а углекислый газ очень быстро выделяется в виде пузырьков равномерно по всему объему, до тех пока вино не станет насыщенным при комнатных условиях.

Решение

Задание 3. Брызги шампанского! (Решение)

1.1 Выразим размерность универсальной газовой постоянной через единицы давления и объема

$$PV = \nu RT \quad \Rightarrow \quad R = \frac{PV}{\nu T} = 8,31 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (1)$$

Подстановка значений единиц измерения дает следующее численное значение универсальной газовой постоянной в системе ГЛА:

$$R = 8,31 \frac{\left(\frac{1}{1,01 \cdot 10^5} \text{ атм}\right) \cdot 10^3 \text{ л}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 8,23 \cdot 10^{-2} \frac{\text{атм} \cdot \text{л}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (2)$$

1.2 В одном литре воды при температуре $t_0 = 0,00^\circ\text{C}$ и давлении $P = 1,00$ атм растворяется объем газа численно равный $k_V = 1,71$ л. Масса этого газа, как следует из уравнения Менделеева – Клапейрона равна

$$PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m = M \frac{PV}{RT}. \quad (3)$$

Ее численное значение

$$m = M \frac{PV}{RT} = 44,0 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \frac{1,01 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 1,71 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273\text{К}} = 3,35 \text{ г}. \quad (4)$$

Следовательно, постоянная Генри для углекислого газа при нулевой температуре равна

$$k_m = 3,35 \frac{\text{г}}{\text{л} \cdot \text{атм}}. \quad (5)$$

1.2 Масса растворенного газа по закону Генри равна

$$m = k_m PV = 3,35 \cdot 3,0 \cdot 2,0 = 20 \text{ г} \quad (6)$$

Часть 2. Открываем бутылку!

2.1 Давление в бутылке равно давлению газов (воздуха и образовавшегося углекислого газа). Согласно закону Дальтона, давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонент смеси. Так как объем свободной от вина части бутылки остается неизменным, то для неизменной массы воздуха справедливо соотношение:

$$\frac{P_v}{T} = \frac{P_0}{T_0} \quad (7)$$

Откуда следует, что парциальное давление воздуха линейно зависит от температуры

$$P_v = \frac{P_0}{T_0} T \quad (8)$$

Масса углекислого газа, находящегося в свободной части сосуда, зависит от температуры и равна разности

$$m = m_0 - k_m PV_0 \quad (9)$$

здесь $k_m P$ - масса растворенного углекислого газа. Для углекислого газа, находящегося в газообразном состоянии справедливо уравнение Менделеева – Клапейрона

$$Pv = \frac{m}{M}RT = \frac{m_0 - k_m PV_0}{M}RT \quad (10)$$

Преобразуем это уравнение к виду, удобному для расчетов

$$P = \frac{m_0 - k_m PV_0}{Mv}RT = \frac{m_0 RT}{Mv} \left(1 - \frac{k_m V_0}{m_0} P\right) = \tilde{P} \left(1 - \frac{k_m}{C_0} P\right) \quad (11)$$

Здесь обозначено $\frac{m_0 RT}{Mv} = \tilde{P} = \tilde{P}_0 \frac{T}{T_0}$; $C_0 = \frac{m_0}{V_0}$. Заметим, что введенные константы имеют наглядный смысл: $\tilde{P}$ - давление углекислого газа, при условии, что он весь находится в газообразном состоянии; C_0 - максимальная концентрация раствора. Из уравнения (10) не сложно найти искомое выражение для парциального давления углекислого газа:

$$P = \frac{\tilde{P}}{1 + \frac{k_m(t)}{C_0} \tilde{P}} \quad (12)$$

Понятно, что давление в бутылке будет равно сумме давлений воздуха (8) и углекислого газа (12). Численные расчеты удобно проводить в следующей последовательности. 1) Рассчитываем постоянные

$$C_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{7,5 \text{ г}}{0,75 \text{ л}} = 10 \frac{\text{г}}{\text{л}};$$

$$\tilde{P}_0 = \frac{m_0 R T_0}{Mv} = \frac{7,5 \text{ г} \cdot 8,23 \cdot 10^{-2} \frac{\text{атм} \cdot \text{л}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273 \text{ К}}{44 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \cdot 0,15 \text{ л}} = 25,5 \text{ атм}$$

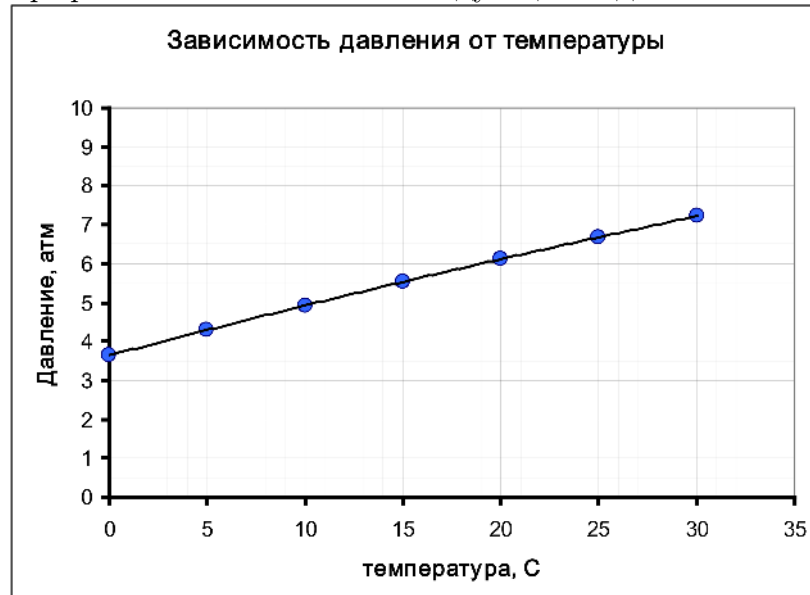
2) Для каждой температуры, указанной в таблице, рассчитываем и заносим в соответствующие столбцы таблицы Давление воздуха $P_v = \frac{P_0}{T_0} T = 1 \frac{273+t}{273}$; Давление углекислого газа а) $\tilde{P} = \tilde{P}_0 \frac{T}{T_0} = 25,5 \frac{273+t}{273}$; б) $k_m = \frac{k_0}{1+\alpha t} = \frac{3,4}{1+0,055t}$; в) $P = \frac{\tilde{P}}{1 + \frac{k_m(t)}{C_0} \tilde{P}}$; г) суммарное давление.

Результаты расчетов приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

$t^\circ\text{C}$	k_m	$P_{\text{возд}}, \text{ атм}$	$\tilde{P}, \text{ атм}$	$P_{\text{уг.газ}}, \text{ атм}$	$P_{\text{сум}}, \text{ атм}$
0	3,40	1,00	25,50	2,64	3,6
5	2,67	1,02	25,97	3,28	4,3
10	2,19	1,04	26,43	3,89	4,9
15	1,86	1,05	26,90	4,47	5,5
20	1,62	1,07	27,37	5,04	6,1
25	1,43	1,09	27,84	5,58	6,7
30	1,28	1,11	28,30	6,11	7,2

График зависимости имеет следующий вид.



2.2 Рассчитаем массу растворенного газа после открывания бутылки

$$m_1 = \frac{k_0}{1 + \alpha t} P_0 V_0 = \frac{3,4}{1 + 0,055 \cdot 25} \cdot 1,0 \cdot 0,75 = 1,07 \text{ г} \quad (13)$$

Следовательно, масса выделившегося газа равна

$$m = m_0 - m_1 = 6,43 \text{ г.} \quad (14)$$

Его объем найдем из уравнения состояния

$$V_1 = \frac{mRT}{MP} = \frac{6,43 \cdot 8,23 \cdot 10^{-2} \cdot 298}{44 \cdot 1} = 3,58 \text{ л} \quad (15)$$

Поэтому объем образовавшейся пены равен

$$V = V_0 + V_1 = 4,33 \text{ л.} \quad (16)$$

Найдем, какая доля этой пены останется в бутылке

$$\eta = \frac{V_0 + v}{V} = \frac{0,90}{4,33} = 0,21. \quad (17)$$

Окончательно находим, какой объем вина останется в бутылке

$$V_{\text{ост}} = \eta V_0 = 0,16 \text{ л} \quad (18)$$