

Условие

Задание 10-3. Космический вальс

*В классическом вальсе партнеры кружатся вокруг друг друга и одновременно движутся по кругу. В космическом вальсе - Земля и Луна вращаются вокруг общей оси и медленно движутся вокруг Солнца!

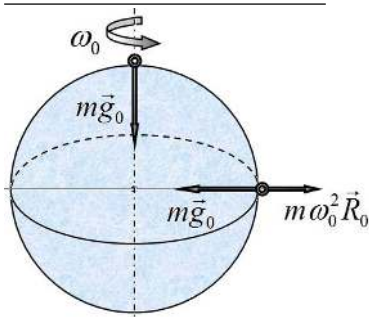
Оставим задачу о физике вальса на будущее, разберемся с более простой физической задачей о одной пары: Луны и Земли.*

Для упрощения будем считать, что траектории движения этих тел лежат в одной плоскости, все орбиты круговые, Земля имеет форму идеального шара.

Примем во внимание, что в характеристиках движения Земли есть очень «странные совпадения»: период вращения Земли вокруг своей оси равен точно одним суткам, период обращения вокруг Солнца в точности равен одному году, период обращения Луны вокруг Земли равен месяцу (правда, примерно). И еще один неожиданный факт – расстояние от Земли до Луны – одна световая секунда. Правда, сейчас, в век искусственного интеллекта, помнить эти данные и не обязательно – всегда можно спросить у Алисы (если нет интеллекта своего).

В конце данного задания приведены (округленно) значения параметров рассматриваемой пары тел, которые могут понадобиться при решении задачи. Рекомендуем добавить в таблицу значения угловых скоростей вращения рассматриваемых тел. Жюри это оценит.

Небольшие подсказки.



1. При описании движения во вращающейся системе отсчета (которая является неинерциальной), вместо перехода в инерциальную систему, удобно ввести центробежную силу. Эта сила, действующая на любое тело, по модулю равна $m\omega^2 r$ (m - масса тела, ω - угловая скорость вращения системы отсчета относительно какой-либо инерциальной системы, r - расстояние до оси вращения). Сила направлена по прямой перпендикулярной оси вращения от нее, радиально. Обозначайте эти силы «со звездочкой» - F^* .

Впрочем, еще А.Эйнштейн показал, что эта сила, как и другие силы инерции, принципиально неотличимы от гравитационных сил, или гравитационные силы ... тоже силы инерции.

2. Во всех частях задачи рекомендуем произведение гравитационной постоянной на массу центрального тела GM выразить через кинематические характеристики – угловые скорости и радиусы орбит.

3. Математическая подсказка. В данной задаче много малых величин, поэтому рекомендуем использовать различные обоснованные приближения. В частности известную формулу, справедливую при малых $x < 1$. Для любого показателя степени n (целого, дробного, положительного, отрицательного и даже комплексного...) можно использовать выражение:

$$(1+x)^n = 1 + \frac{n}{1!}x^1 + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

в этой формуле каждое следующее слагаемое меньше предыдущего, поэтому можно оставлять столько слагаемых, сколько Вы посчитаете необходимым.

Часть 1. Одинокая Земля

В этой части рассмотрим один эффект, связанный с вращением Земли вокруг своей оси. Влиянием Луны, Солнца, комет и туманности Андромеды пренебрегаем.

Обозначим ускорение свободного падения, обусловленное только гравитационным притяжением g_0 (назовем его гравитационным). Это ускорение свободного падения на абсолютно неподвижной Земле.

Некоторым известно, что ускорение на экваторе Земли меньше, чем на полюсах. Почему бы этим не воспользоваться спортсменам прыгунам в высоту? Допустим, спортсмен прыгает на полюсе Земли на высоту 2 метра.

1.1 Рассчитайте, на сколько увеличится высота прыжка (при той же начальной вертикальной скорости) на экваторе по сравнению с высотой прыжка на полюсе.

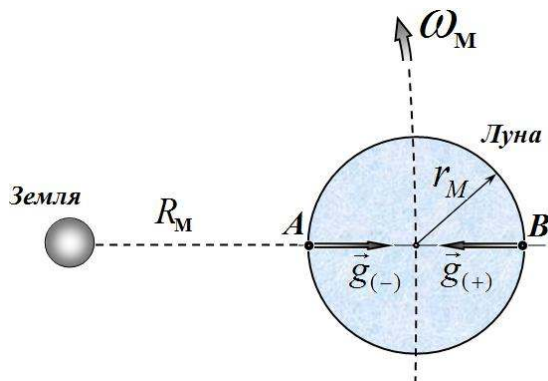
Часть 2. Взгляд с Луны



В этой части рассмотрим влияние Земли на ускорение свободного падения на Луне. Луна повернута к Земле все время одной стороной. Вращение Земли и Луны вокруг Солнца не учитывать.

2.1 Рассчитайте гравитационное ускорение на поверхности Луны g_M .

2.2 Рассчитайте численное значение отношения силы притяжения некоторого тела на поверхности Луны к Земле к силе тяжести на Луне $\frac{F_E}{mg_M}$.



Рассмотрим две точки на поверхности Луны на ее экваторе: в точке **A**, для которой Земля находится в зените, и противоположную точку **B** (Земля в надире). Величины, относящиеся к точке **A**, будем обозначать индексом (+), а к точке **B** – (-).

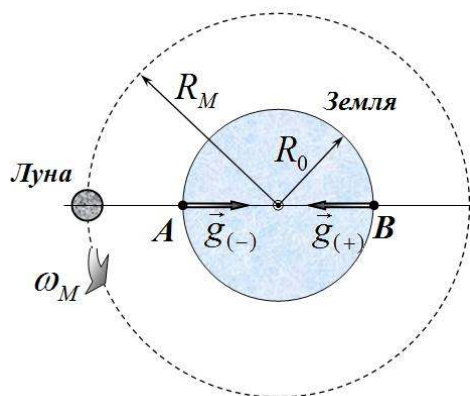
2.3 Рассчитайте относительную разность ускорений свободного падения в точках **A** и **B** $\varepsilon_{Mg} = \frac{g_{(+)} - g_{(-)}}{g_M}$, обусловленную только гравитационным притяжением к Земле.

2.4 Рассчитайте это же отношение с учетом движения Луны вокруг Земли (т.е. с учетом центробежных сил).

Часть 3. Взгляд с Земли



О Солнце можно забыть – точнее, пренебречь его влиянием!



Опять рассматриваем две точки на поверхности Земли, находящиеся на одной прямой с Луной: A – Луна в зените, B – Луна в надире.

3.1 Рассчитайте численное значение отношения силы притяжения к Луне и силы тяжести для тела, находящегося на поверхности Земли $\frac{F_{GM}}{mg_0}$.

Пренебрежем движением Земли (т.е. будем ее считать абсолютно неподвижной).

3.2 Рассчитайте относительную разность ускорений свободного падения, обусловленную только гравитационным притяжением к Луне $\varepsilon_{GM} = \frac{g_{(+)} - g_{(-)}}{g_0}$.

А теперь вспомним, как кружатся партнеры в Вальсе – они движутся оба!

3.3 Укажите вокруг какой точки вращается Луна и Земля.

3.4 Рассчитайте относительную разность ускорений свободного падения, обусловленную не только гравитационным притяжением к Луне $\varepsilon_{GM} = \frac{g_{(+)} - g_{(-)}}{g_0}$, но и движением Земли вокруг Луны.

Справочные данные (используйте в решении указанные обозначения этих величин)

Гравитационное ускорение на поверхности Земли	g_0	9,80	м/с ²
Гравитационное ускорение на поверхности Луны	g_M		
Радиус Земли	R_0	$6,40 \cdot 10^6$	м
Радиус Луны	r_M	$1,74 \cdot 10^6$	м
Расстояние до Луны	R_M	$3,00 \cdot 10^8$	м
Сутки	T_0	24,0	час
Угловая скорость вращения Земли	ω_0		
Лунный месяц	T_M	27,3	сут
Угловая скорость Луны	ω_M		
Отношение массы Луны к массе Земли	η	$1,23 \cdot 10^{-2}$	

