

Один запасной

Условие

Задание 1. Почему у человека два глаза?

Традиционный ответ на поставленный вопрос - «Один запасной». К сожалению, он не совсем верный! Почему бы тогда не сделать два запасных?

Главная причина того, что природа снабдила нас двумя глазами, заключается в том, что два глаза дают возможность видеть не плоское изображение, а трехмерное, объемное! Так как изображения предметов, видимые разными глазами, различаются, то у мозга появляется возможность оценивать расстояние до различных наблюдаемых предметов.

Часть 1. Один глаз как фотоаппарат.



Человеческий глаз устроен сложнее, чем самый современный фотоаппарат. Однако глаз и фотоаппарат объединяет общая принципиальная оптическая схема. Имеется собирающая линза (объектив фотоаппарата и хрусталик глаза) и экран (светочувствительная матрица фотоаппарата и сетчатка глаза). Фотоаппарат позволяет получать четкое изображение предметов, находящихся на разных расстояниях, благодаря изменению расстояния между линзой и экраном; глаз – благодаря изменению фокусного расстояния хрусталика.

Рассмотрим, как формируется изображение на экране в упрощенной схеме, если расстояние между экраном и линзой, а также фокусное расстояние линзы, остаются неизменными.

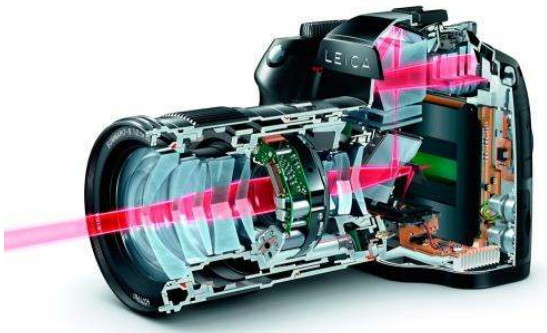
На рис. 1 и 2 в Листах ответов показан ход лучей от точечного источника S_0 , проходящих через круглую линзу (с учетом ее размеров) и формирующих четкое изображение S'_0 на экране. Там же показано положение другого точечного источника (S_1 на рис. 1 S_2 на рис.2).

1.1 Постройте (на этих же рисунках) ход лучей от источников S_1 на рис. 1 и S_2 на рис.2 до экрана.

1.2 Укажите, какую форму имеют «изображения» этих точек на экране.

1.3 Укажите, можно ли по размеру «изображения» точечного источника на экране однозначно оценить расстояние до источника. Ответ обоснуйте.

Часть 2. Два глаза: как определяется расстояние?



Рассматриваемый в этой части эффект Вы можете наблюдать прямо сейчас. Расположите линейку горизонтально на расстоянии порядка 1 м. Перед линейкой на некотором расстоянии вертикально расположите карандаш. Не сдвигая головы, посмотрите на линейку и карандаш сначала одним глазом, затем вторым. При этом положение карандаша относительно линейки смещается на заметное расстояние Δx . Смотри рис.3 в Листах ответов.

Пусть расстояние между глазами равно $d = 7,0\text{см}$, расстояние между глазами и линейкой равно $L = 100\text{см}$, наблюдаемое смещение карандаша при рассмотрении его разными глазами равно $\Delta x = 3,0\text{см}$.

2.1 Найдите, чему равно расстояние l между карандашом и линейкой.



Стереотруба — это военный оптический прибор (бинокль-перископ), состоящий из двух перископов, соединенных у окуляров и разведенных у объективов. Наблюдатель видит значительно усиленное стереоскопическое (объемное) изображение, что позволяет вести наблюдение из-за укрытия, изучать местность и корректировать артиллерийский огонь

Пусть максимальное расстояние, на котором человек способен воспринимать трехмерное изображение равно l_{max} . Расстояние между глазами человека равно d . Человек ведет наблюдение с помощью стереотрубы, у которой расстояние между объективами труб равно D .

2.2 Определите, на каком максимальном расстоянии L_{max} человек способен воспринимать трехмерное изображение с помощью этой стереотрубы.

Сделайте рисунок, поясняющий Ваше решение. Укажите, по каким характеристикам изображений в разных глазах, человек способен оценивать расстояние. Укажите, как эти характеристики зависят от положения рассматриваемого предмета.

Часть 3. Луна глазами великана



Приведенная фотография сделана более 50 лет назад. Она называется «Луна глазами великана». Это стереоскопическое изображение Луны, как видимое двумя глазами некоего сверхбольшого человека. Каждое изображение есть изображения в разных глазах этого великана. На самом деле, это фотографии Луны, сделанные с одной точки на поверхности Земли, но в разные моменты времени. Утверждается, что Луна повернута к Земле всегда одной стороной. На самом же деле она слегка поворачивается, колеблется вокруг своей оси, поворачиваясь на малый угол.

Но будем считать, что это действительно изображения Луны, видимые двумя глазами, находящимися на расстоянии d друг от друга.

3.1 Используя приведенные фотографии, рассчитайте расстояние d между «глазами великана».

Чтобы помочь Вам справиться с поставленной задачей на рисунке 3 в Листах ответов, эта фотография приведена в увеличенном масштабе. Над каждым изображением помещена шкала, в некоторых условных единицах. Вертикальными линиями отмечены некоторые характерные детали (кратеры, границы морей), находящиеся вблизи лунного экватора. В таблице приведены координаты x_0 , x_1 этих деталей (для каждого изображения), снятые с фотографии – они были сняты с экрана монитора с точностью до одного пикселя. Воспользуйтесь **всеми** этими данными для наиболее точного решения задачи. В этой же таблице добавлены дополнительные пустые столбцы, для записи результатов Ваших расчетов.

Рекомендуем найти зависимость между приведенными координатами, построить некоторый линеаризованный график, по которому можно определить искомое расстояние. Ниже дан бланк, на котором Вы можете построить нужный Вам график. Не удивляйтесь, если Ваш график не окажется идеальным – заметные погрешности связаны с тем, что трудно на фотографиях точно выбрать границы выбранных деталей.

Расстояние от Земли до Луны считайте равным $L = 3,0 \cdot 10^8$ м, что по странному совпадению равно одной световой секунде.

Вам может понадобиться приближенная формула, справедливая при малых изменениях угла $\delta\phi$ (углы измеряются в радианах)

$$\sin(\phi + \delta\phi) = \sin\phi + \delta\phi \cdot \cos\phi$$



Решение

Задание 9-1. Почему у человека два глаза? Решение

Часть 1. Один глаз как фотоаппарат.

1.1 Построения хода лучей является традиционным:

- сначала по известным положениям источника S_0 и его изображения S'_0 надо найти положение фокальной плоскости F ;
- затем построить изображение заданных источников;
- наконец, провести лучи, проходящие через край линзы.

Эти построения показаны на рисунках.

Рис. 1

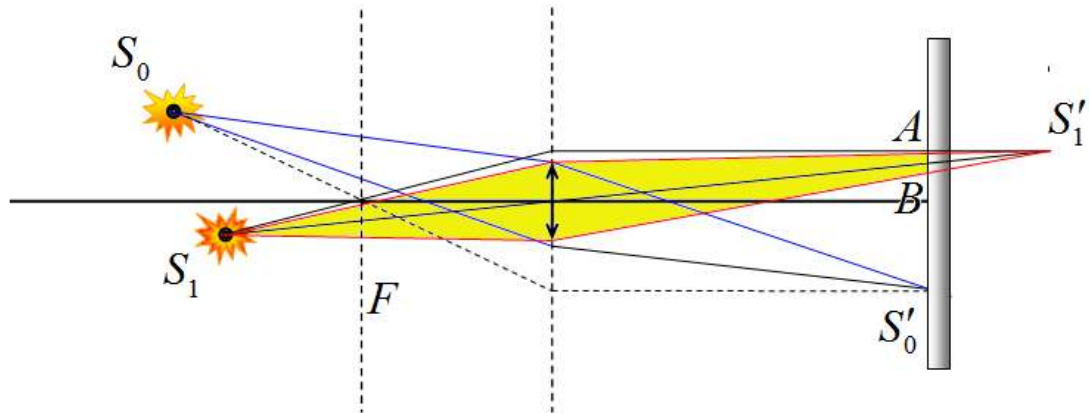
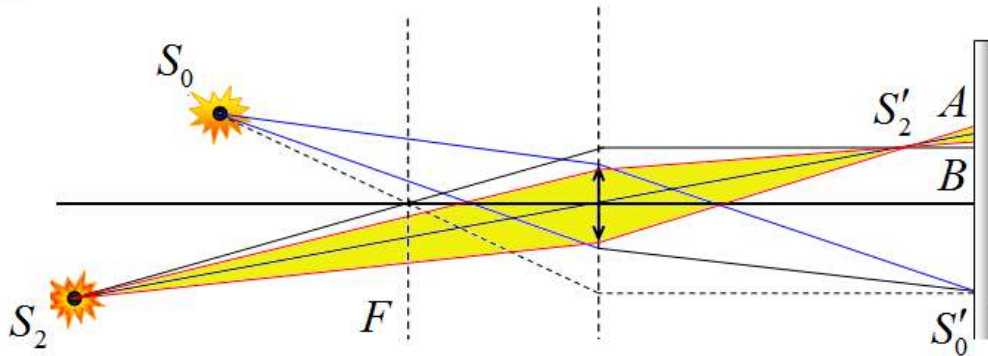


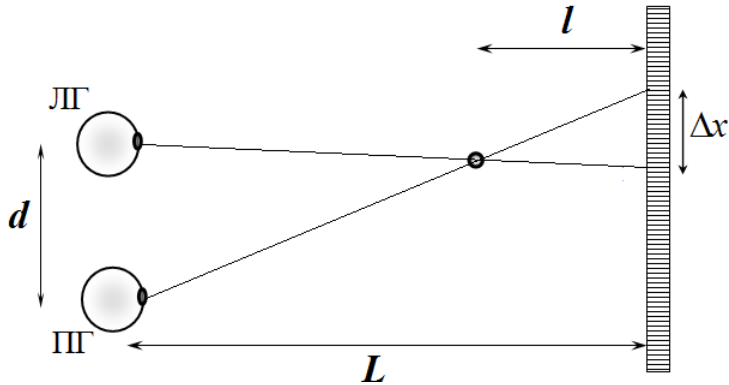
Рис. 2



1.2 В обоих случаях изображение являются круглыми пятнами, т.е. размытыми.

1.3 По размеру пятен однозначно определить расстояние до источника **нельзя**, так как размер пятен одинаковы при двух положениях источника.

Часть 2. Два глаза: как определяется расстояние?



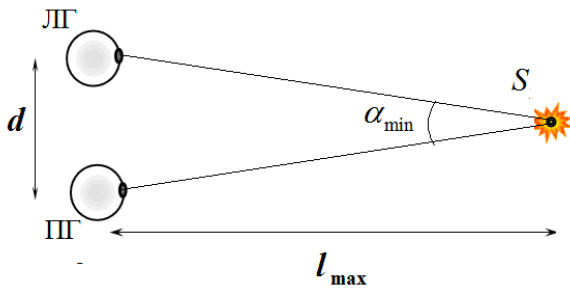
2.1 Схема показывает, как происходит смещение изображения при смене положения глаза.

Из рисунка следует, что

$$\frac{\Delta x}{l} = \frac{d}{L-l}. \quad (1)$$

Из этого выражения находим, что

$$l = L \frac{\Delta x}{d + \Delta x} = 100 \frac{3}{7+3} = 30 \text{ см} \quad (2)$$

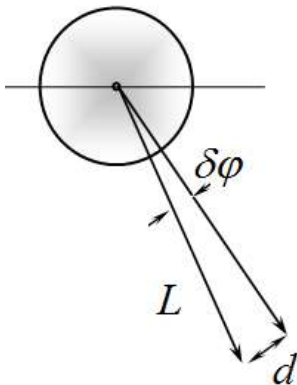


2.2 Мозг человека оценивает расстояния по смещению изображения в разных глазах. Это смещение определяется изменением угла, указывающего направление на наблюдаемый объект. Существует некоторый минимальный угол $\alpha_{\min}$, при котором смещение изображения четко фиксируется. Как следует из рисунка

$$\alpha_{\min} = \frac{d}{l_{\max}} = \frac{D}{L_{\max}}. \quad \text{Откуда следует, что}$$

$$L_{\max} = l_{\max} \frac{D}{d}. \quad (3)$$

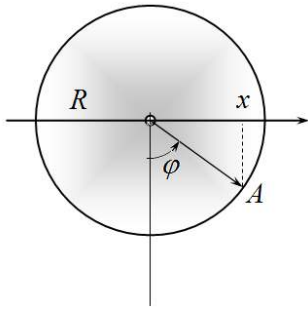
Часть 3. Луна глазами великана



3.1 Действительно, реальный поворот Луны на малый угол $\delta\phi$ равносильен смещению точки съемки на величину $d = L\delta\phi$. Это и будет расстоянием между «глазами».

Таким образом, задача сводится к определению малого угла поворота Луны за время между съемками.

Положение произвольной точки A удобно задавать с помощью угла ϕ , который отсчитывается от направления на наблюдателя. Тогда координата x этой точки определяется по формуле $x = R \sin \phi$, (4)



где R - радиус Луны. Так как радиус Луны значительно меньше расстояния до Земли, то можно считать, что все точки поверхности находятся на одинаковом расстоянии от фотоаппарата. Поэтому положения точек на Луне и соответствующих точек на изображении подобны, поэтому все данные можно снимать непосредственно с фотографий. Т.е. считать, что R - радиус изображения, равный 25 единицам.

После поворота Луны, угол ϕ увеличился на величину $\delta\phi$. Откуда следует, что

$$\begin{aligned} x_0 &= R \sin \phi \\ x_1 &= R \sin (\phi + \delta\phi) \end{aligned} \quad (5)$$

Из этих формул следует, что

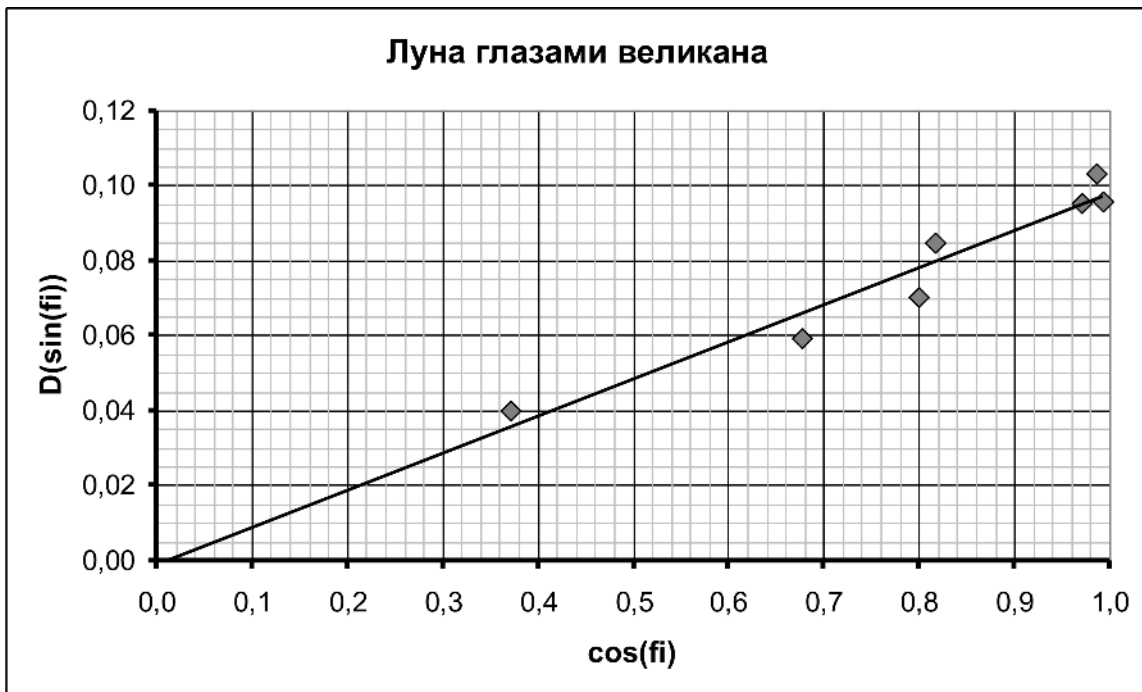
$$\frac{x_1 - x_0}{R} = \sin (\phi + \delta\phi) - \sin \phi = \delta\phi \cdot \cos \phi, \quad (6)$$

где использована приведенная в условии приближенная формула. Значение косинуса можно найти по тригонометрической формуле $\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi}$. Таким образом, если построить график зависимости величины $\frac{x_1 - x_0}{R}$ от $\cos \phi$ то коэффициент его наклона будет равен искомому углу поворота. Результаты расчетов приведены в таблице.

Таблица измерений и расчетов.

x_0	x_1	$\sin \phi_0$	$\sin \phi_1$	$\cos \phi_0$	$\frac{x_1 - x_0}{R}$	
-23,22	-22,22	-0,929	-0,889	0,371	0,040	
-14,42	-12,30	-0,577	-0,492	0,817	0,085	
-4,18	-1,60	-0,167	-0,064	0,986	0,103	
2,98	5,38	0,119	0,215	0,993	0,096	
6,02	8,40	0,241	0,336	0,971	0,095	
15,00	16,76	0,600	0,670	0,800	0,070	
18,40	19,88	0,736	0,795	0,677	0,059	

По этим данным построен график найденной зависимости.



По этому графику не сложно определить, что коэффициент наклона, т.е. угол поворота Луны равен $\delta\phi \approx 0,1$ (это примерно 5°). Окончательно находим, эквивалентное расстояние между глазами равно

$$d = L\delta\phi \approx 3 \cdot 10^5 \text{ м. (7)}$$

Т.е. 30 тысяч километров!

В заключение заметим, что для реального человека это равносильно рассмотрению предмета двумя глазами на расстоянии примерно равном 70 см.

