

Условие

Задание 9-2. Охлаждение ядерного реактора

Одной из серьезных проблем безопасной работы атомных электростанций является охлаждение ядерного реактора, поддержания внутри него постоянной температуры. Сбой в работе системы охлаждения стал одной из причин Катастрофы на Чернобыльской АЭС.

На Белорусской АЭС установлены ядерные реакторы ВВЭР120 (водо-водяной энергетический реактор, мощность 1200 МВт). В качестве носителя теплоты в данном реакторе используется вода. В задаче используются реальные параметры именно этого реактора. На фото показан этот реактор во время его установки.



В результате реакции деления урана в реакторе выделяется громадное количество теплоты, которую надо полностью «вывести» из реактора. Для этого используется вода, которая под большим давлением (около 150 атм) обтекает тепловыделяющие элементы реактора (ТВЭЛ), охлаждая их, благодаря чему в реакторе поддерживается постоянная температура.

Эта нагретая вода поступает в парогенератор, разогревает воду во втором контуре, которая превращается в пар, который поступает на турбины и.т.

В данном задании, нас интересует процесс охлаждения тепловыделяющих элементов водой наиболее эффективным способом.

Справочные данные.

Тепловая мощность реактора $P = 3200 \text{ МВт}$;

Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$;

Плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Температура «холодной» воды на входе в реактор $t_0 = 300^\circ \text{C}$;

Температура горячей воды на выходе из реактора $t_1 = 330^\circ \text{C}$;

Благодаря повышенному давлению вода не закипает.

Рабочая температура поверхности ТВЭЛ $T = 350^\circ \text{C}$.

Часть 1. Сколько надо воды?

1.1 Рассчитайте, какой объем воды должен протекать через реактор за час, чтобы температура поверхности ТВЭЛ оставалась постоянной.

Часть 2. Как повысить эффективность охлаждения?

Проведем мысленный модельный эксперимент. Необходимо охладить горячий металлический

брусек, начальная температура которого равна $t_0 = 90^\circ\text{C}$. Для этого в Вашем распоряжении имеется ограниченный объем холодной воды при температуре $T = 10^\circ\text{C}$.

Для упрощения расчетов примем, что теплоемкости имеющейся воды и бруска равны, т.е. $c_1 m_1 = c_2 m_2 = C$. Потерями теплоты в окружающую среду можно пренебречь.

Сначала рассмотрим очевидный, но не лучший способ охлаждения бруска.

2.1 Рассчитайте, на сколько градусов δt охладится брусок, если его погрузить во всю имеющуюся воду и дождаться установления теплового равновесия.

Теперь рассмотрим более эффективный способ теплопередачи. Поместим брусок в сосуд (теплоемкостью которого пренебрежем), а воду будем добавлять небольшими порциями, убирая каждую порцию из сосуда, после достижения теплового равновесия. Разобьем всю имеющуюся воду на N одинаковых порций: берем первую порцию, вливаем ее в сосуд с бруском, дожидаемся установления теплового равновесия, выливаем воду, добавляем следующую порцию и т.д. Обозначим температуру бруска после добавления порции номер n (и установления равновесия) t_n , а разность между температурой бруска и температурой воды $z_n = t_n - T$

2.2 Выразите температуру бруска t_{n+1} после добавления $(n + 1)$ порции, через температуру воды T и температуру t_n .

2.3 Выразите разность температур z_{n+1} через z_n .

2.4 Получите явное выражение для разности температур бруска и воды z_n через начальную разность $z_0 = (t_0 - T)$ и число использованных порций воды n .

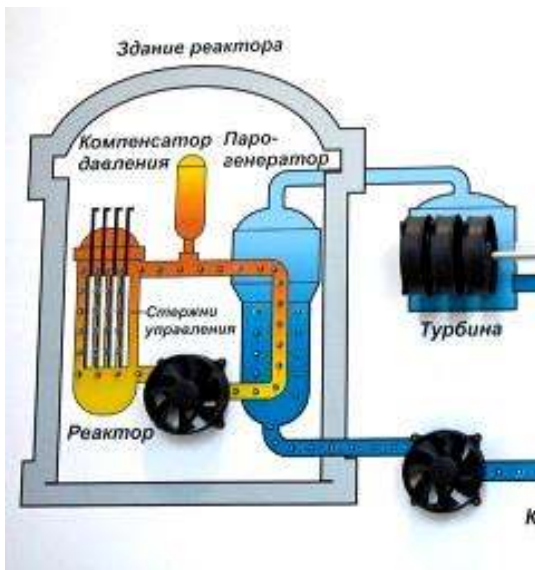
2.5 Получите формулу, на сколько градусов охладится брусок $\delta t_N = t_0 - t_N$ после использования всех N порций воды.

2.6 Рассчитайте численные значения изменения температуры бруска δt_N для $N = 2, 4, 8, 16, 32$.

2.7 Оцените, на сколько градусов $\delta t_{\text{кон.}}$ охладится брусок, если его очень медленно поливать имеющейся водой.

Часть 3. Охлаждение движущейся водой.

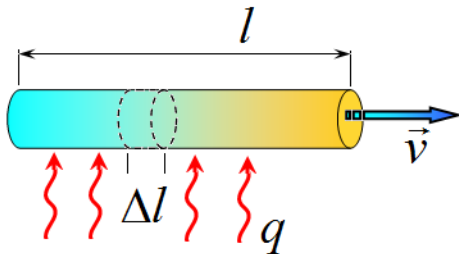
В предыдущей части было показано, что, разбивая охлаждающую жидкость, на малые порции можно повысить скорость охлаждения. Такой метод фактически используется при охлаждении ТВЭЛ ядерных реакторов – охлаждение осуществляется непрерывно движущейся водой. В рассматриваемом реакторе ВВЭР-1200 вода обтекает топливные элементы, запаянные в циркониевые трубки. Но, не меняя сущности протекающих процессов, будем считать, что вода протекает по трубам внутри активной зоны, как это было в реакторах более ранних конструкций. Для того, чтобы рассчитать, какое количество теплоты уносит вода, необходимо знать в каких пределах изменяется ее температура.



Рассмотрим передачу теплоты движущейся по трубе воде. Пусть вода движется по цилиндрической трубе радиуса r и длины l с постоянной скоростью v . Температура окружающей среды постоянна и равна T .

Для проведения расчетов мысленно разобьем трубу на N одинаковых участков длиной $\Delta l = \frac{l}{N}$. Также будем считать, что вода движется скачками: в течение промежутка времени τ она покоится, а затем скачком смещается на расстояние Δl .

3.1 Найдите время между скачками τ такое, чтобы средняя скорость при движении скачками была равна скорости движения воды v .



Рассмотрим два соседних выделенных участка с номерами n и $(n+1)$. Обозначим t_n - начальную температуру порции воды на участке n (сразу после того, как эта порция переместилась в этот участок).

Количество теплоты, которое поступает к воде на участке n за время τ , определяется законом Фурье

$$q = \lambda (T - t_n) S \tau, \quad (1)$$

где λ - коэффициент теплопередачи, зависящий от материала трубы и толщины ее стенок, S - площадь боковой поверхности выбранного участка.

Введем величину $z_n = T - t_n$ - разность между температурой окружающей среды и температурой воды на участке номер n .

3.2 Выразите значение z_{n+1} через z_n , N и другие известные параметры рассматриваемой задачи.

Представьте это выражение в виде $z_{n+1} = \left(1 - \frac{1}{N} v\right) z_n$, где v - некоторая постоянная величина, имеющая размерность скорости.

3.3 Получите формулу для величины z_N (на выходе из трубы). Выразите ее через z_0 (на входе в трубу), N и v .

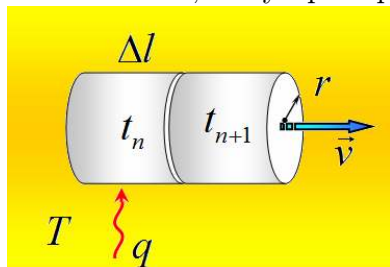
3.4 Рассчитайте численное значение величины v для используемых в реакторе труб.

Трубы изготовлены из циркониевого сплава, их длина $l = 3,5\text{м}$, диаметр $d = 9,0\text{мм}$ (толщина стенок значительно меньше), коэффициент теплопередачи для них $\lambda = 3,6 \cdot 10^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$.

Пусть скорость течения воды равна найденной величине v , ее начальная температура равна $t_0 = 300^\circ\text{C}$, температура снаружи трубы равна $T = 350^\circ\text{C}$.

3.5 Рассчитайте при этих условиях температуру воды на выходе из трубы.

3.6 Укажите, чему примерно равна скорость течения воды, поступающей в реактор.



Решение

Задание 9-2. Охлаждение ядерного реактора Решение.

Часть 1. Сколько надо воды?

1.1. Все количество теплоты, выделившееся в реакторе, идет на нагревание воды в указанных температурных пределах. Поэтому уравнение теплового баланса в данном случае имеет вид $P = c\rho V(t_1 - t_0)$ (1)

где V - искомый объем воды, протекающий в единицу времени.

Из этого уравнения находим и рассчитываем (с правильным учетом размерностей):

$$V = \frac{P}{c\rho(t_1 - t_0)} = \frac{3,2 \cdot 10^9 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}}{4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (330 - 30)^\circ} = 24,8 \frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 8,6 \cdot 10^4 \frac{\text{м}^3}{\text{час}} \quad (2)$$

Часть 2. Как повысить эффективность охлаждения?

2.1 При опускании бруска во всю воду, как следует из уравнения теплового баланса, конечная температура будет равна

$$t = \frac{t_0 + T}{2} \quad (3)$$

Следовательно, температура бруска уменьшится на

$$\delta t = t_0 - \frac{t_0 + T}{2} = \frac{t_0 - T}{2} = 40^\circ. \quad (4)$$

2.2 Запишем уравнение теплового баланса для бруска с температурой t_n и $(n + 1)$ порцией воды

$$\frac{C}{N}T + Ct_n = \left(C + \frac{C}{N}\right)t_{n+1}. \quad (5)$$

из которого следует требуемая формула

$$t_{n+1} = \frac{t_n + \frac{1}{N}T}{1 + \frac{1}{N}}. \quad (6)$$

2.3 Получим выражение для разности температур бруска и воды:

$$z_{n+1} = t_{n+1} - T = \frac{t_n + \frac{1}{N}T}{1 + \frac{1}{N}} - T = \frac{t_n - T}{1 + \frac{1}{N}} = \frac{z_n}{1 + \frac{1}{N}}. \quad (7)$$

2.4 Из этой формулы следует, что величины z_n образуют геометрическую прогрессию. Поэтому можно записать

$$z_n = \frac{z_0}{\left(1 + \frac{1}{N}\right)^n}. \quad (8)$$

2.5 Теперь можно найти, на сколько охладится брусок:

$$\delta t_N = t_0 - t_N = t_0 - (z_N + T) = (t_0 - T) \left(1 - \left(1 + \frac{1}{N}\right)^{-N}\right). \quad (9)$$

2.6 Результаты численных расчетов, приводят к следующим результатам, которые приведены в небольшой табличке

N	$\delta t_N^{\circ C}$
1	40,0
2	44,4
4	47,2
8	48,8
16	49,7
32	50,1

2.7 Не трудно сообразить, что поливание водой соответствует переходу $N \rightarrow \infty$ в формуле (9). Можно обратиться к искусственному интеллекту, и спросить, чему равен предел $(1 + \frac{1}{N})^N$ (ответим: он равен числу $e = 2,71828...$). Однако, можно обратить внимание, что конечная температура практически перестает расти, а нам достаточно получить только 2 значащие цифры, поэтому можно оценить, температуру бруска можно охладить на конечную температуру в

$$\delta t_{\text{кон.}} \approx 50^{\circ}. \quad (10)$$

Часть 3. Охлаждение движущейся водой.

3.1 Понятно, что

$$\tau = \frac{\Delta l}{v} = \frac{l}{vN}. \quad (11)$$

3.2 За время τ вода получает порцию теплоты равную

$$q = \lambda \cdot (T - t_n) \cdot 2\pi r \Delta l \cdot \tau. \quad (12)$$

Эта теплота идет на нагревание воды, поэтому

$$q = c \cdot \pi r^2 \Delta l \cdot \rho (t_{n+1} - t_n). \quad (13)$$

Приравнявая эти выражения, получим

$$q = c \cdot \pi r^2 \Delta l \cdot \rho (t_{n+1} - t_n) = \lambda \cdot (T - t_n) \cdot 2\pi r \Delta l \cdot \tau \Rightarrow \quad (14)$$

$$(t_{n+1} - t_n) = \frac{\lambda \cdot 2\pi r \Delta l \cdot \tau}{c \cdot \pi r^2 \Delta l \cdot \rho} (T - t_n) = \frac{2\lambda \tau}{c \rho} (T - t_n) = \frac{2\lambda l}{c \rho N v} (T - t_n)$$

Теперь учтем, что $(t_{n+1} - t_n) = z_n - z_{n+1}$, поэтому

$$(z_n - z_{n+1}) = \frac{v}{Nv} z_n. \quad (15)$$

где обозначено $\frac{2\lambda l}{c \rho} = v$. В итоге получаем,

$$z_{n+1} = (1 - \frac{v}{Nv}) z_n. \quad (16)$$

3.3 Так как величины z_n образуют геометрическую прогрессию, то конечное значение равно

$$z_N = (1 - \frac{v}{Nv})^N z_0. \quad (17)$$

3.4 Значение скорости v при заданных параметрах равно

$$v = \frac{2\lambda l}{c \rho} = 14 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (18)$$

3.5 При скорости течения $v = v$ формула (16) дает

$$z_N = (1 - \frac{1}{N})^N z_0. \quad (19)$$

Как следует из предыдущего рассмотрения, провести расчет следует при больших N (например, $N = 16$). В результате получим

$$T - \bar{t} = (1 - \frac{1}{N})^N (T - t_0) = (1 - \frac{1}{N})^N \cdot 50^{\circ} = 18^{\circ}. \quad (20)$$

Откуда находим, что температура воды на выходе равна

$$\bar{t} = 350^{\circ} - 18^{\circ} = 332^{\circ}. \quad (21)$$

3.6 Так полученное значение конечной температуры примерно равно реальной температуре на выходе из реактора, поэтому скорость течения воды, поступающий в реактор примерно равна

$$v = \frac{2\lambda l}{c \rho} = 14 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (22)$$