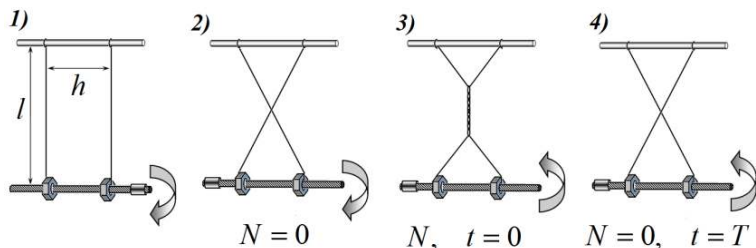


Условие

Закручивание: построение потенциальной кривой

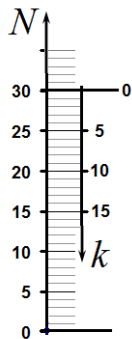
Поведение механических систем с одной степенью свободы полностью определяется зависимостью потенциальной энергии системы от координаты, график которой называется потенциальной кривой. Часто теоретический расчет этой зависимости может являться сложной, иногда неразрешимой задачей. В таких случаях потенциальная кривая может быть получена на основании экспериментальных данных.

В данной работе вам необходимо найти зависимость потенциальной энергии от координаты при свободном вращении металлического стержня, подвешенного на двух вертикальных нитях. В ходе всех экспериментов длины нитей l и расстояние между ними h не изменяйте.



Для проведения измерений используйте следующую методику. Из начального положения, когда нити вертикальны (1), поверните стержень на половину оборота (2), при этом нити соприкоснутся. Далее поворачивайте стержень так, чтобы нити скручивались, сделайте требуемое количество полных оборотов N (3). После доверните стержень еще на четверть оборота и отпустите его. Запускайте секундомер только тогда, когда стержень при раскручивании снова займет положение (3). После этого измеряйте время требуемого количества оборотов вращения до положения (4). В расчетах принимайте, что скорость стержня в начальном положении (3) равна нулю, несмотря на дополнительную четверть оборота.

В данной задаче используются две связанные между собой координаты: N – число оборотов при закручивании нитей, которое отсчитывается от нижнего положения стержня (2) снизу вверх; k – число оборотов, сделанных стержнем в ходе раскручивания нитей и отсчитываемых от положения (3) при $N = 30$ сверху вниз. Единицей измерения координат является «один оборот». Соответственно, единицей скорости V является «число оборотов в секунду», ее размерность $[V] = \text{с}^{-1}$. В качестве меры энергии используется квадрат скорости $E = V^2$, который пропорционален кинетической энергии вращения стержня. Назовем единицу измерения энергии в этом случае $[E] = \text{с}^{-2} - Ku$ (Kazakhstani unit). Потенциальная энергия стержня считается равной нулю в положении стержня (3) при $N = 30$, если не указано другое «нулевое» положение.



Часть 1. Теоретическое введение

Масса стержня равна $m_1 = 50,0$ г, а масса одной гайки – $m_2 = 6,4$ г.

1.1 Выразите единицу энергии Ku в Джоулях. Рассчитайте ее численное значение.

В ходе измерений вам необходимо измерять времена $t(k)$, за которые стержень совершает k оборотов. Пусть эта зависимость приближенно описывается формулой:

$$t(k) = Ak^\alpha,$$

где A, α – некоторые постоянные.

1.2 Получите формулу для расчета скорости $V(k)$ и кинетической энергии $E(k)$ в единицах Ku в зависимости от координаты k , которую формально можете считать непрерывной. Выразите $E(k)$ через параметры A, α, k .

Пусть потенциальная энергия U принимается равной нулю в положении стержня (2) и ее зависимость от координаты N приближенно описывается формулой:

$$U(N) = BN^\beta.$$

Обозначим T как время раскручивания стержня из начального положения (3) до нижнего положения (4), тогда в этих условиях приближенная зависимость $T(N)$ описывается формулой $T(N) = GN^\gamma$.

1.3 Выразите показатель степени γ через показатель степени β .

Часть 2. Изучение закона движения

Установите стержень в начальное положение (3) с $N = 30$. Освободите стержень и используйте секундомер с памятью этапов для фиксации времени $t(k)$, за которые стержень делает k оборотов из начального положения. Измерения проведите в диапазоне $k = 0 \div 30$ через каждые три оборота.

2.1 Результаты измерений $t(k)$ занесите в Таблицу 1. 2.2 Постройте график закона движения $k(t)$.

Для расчета скорости стержня по экспериментальным данным используйте симметричную формулу

$$V(k) = \frac{6}{t(k+3) - t(k-3)}.$$

2.3 Рассчитайте по экспериментальным данным значения кинетических энергий $E(k)$ для всех измеренных значений координаты k . Результаты измерений занесите в Таблицу 1 в столбец « $E(k)$ (эксп.)». 2.4 Постройте график полученной зависимости $E(k)$. Обозначьте его №1. 2.5 Запишите формулу для потенциальной энергии стержня $U(k)$, выразив ее через $E(k)$. 2.6 Постройте в логарифмическом масштабе зависимость $t(k)$ от числа оборотов k . 2.7 Рассчитайте значения параметров зависимости A, α и оцените их погрешности. 2.8 Используя найденные значения параметров A, α , рассчитайте значения кинетической энергии $E(k)$ в соответствии с п. 1.2. Результаты измерений занесите в Таблицу 1 в столбец « $E(k)$ » (теор.). 2.9 Постройте график рассчитанной зависимости кинетической энергии стержня $E(k)$ на том же графике п. 2.4. Обозначьте его №2.

Часть 3. Поэтапное зондирование

В данной части оценка погрешностей не требуется. Для определения параметров зависимостей используйте графический метод.

Чем меньше интервал, тем приближенные (аппроксимирующие) формулы точнее описывают движение. В данной части работы Вам необходимо исследовать движения стержня на небольших интервалах изменения координаты N , границы которых указаны в *Writing Sheets*.

Большее значение соответствует начальному положению. На каждом интервале Вам необходимо измерить закон движения – времена, за которые стержень сделает $k = 10$ оборотов из начального положения, при этом в каждом заданном интервале координаты N координата k изменяется от 1 до 10. Измерения проводите с шагом $\Delta k = 1$. Используйте секундомер с памятью этапов, засекайте времена после каждого оборота стержня.

На каждом интервале считайте, что полученную зависимость $t(k)$ можно приближенно описать функцией $t(k) = Ak^\alpha$ со своими значениями параметров A и α , которые вам необходимо определить. На каждом из указанных интервалов выполните следующие задания.

3.1 Измерьте значения времен $t(k)$, за которые стержень делает k оборотов из начального положения. 3.2 Постройте в логарифмическом масштабе зависимость $t(k)$ на подготовленных частях *Writing Sheets*. 3.3 По 6 последним точкам (для значений k от 5 до 10) проведите сглаживающую прямую линию.

3.4 По построенному линейному графику определите значения параметров A и α , указав формулы для их расчета. 3.5 Рассчитайте значения изменения кинетической энергии стержня $E_{5-10} = E(10) - E(5)$ при изменении координаты k от 5 до 10. Приведите формулу для расчета этой величины.

Обобщите полученные результаты. Для этого будем считать, что стержень раскручивается из начального положения $N = 30$.

3.6 Используя полученные в этой части данные, рассчитайте значения кинетической энергии $E(k)$ стержня после $k = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ оборотов. Постройте на графике п. 2.4 график полученной в этой части зависимости. Обозначьте его №3.

Часть 4. Время раскручивания

В данной части Вам необходимо исследовать зависимость времени полного раскручивания $T(N)$ стержня от начального значения N до нижнего положения (4).

4.1 Измерьте зависимость времени $T(N)$ полного раскручивания стержня от числа оборотов N для значений $N = 5, 10, 15, 20, 25, 30$. 4.2 Оцените погрешность измерения времени раскручивания для $N = 10$. Для этого проведите не менее 5 измерений этого времени. 4.3 Постройте в логарифмическом масштабе полученную зависимость $T(N)$. 4.4 Считая, что эта зависимость описывается формулой $T(N) = GN^\gamma$, определите показатель степени γ в этой формуле. 4.5 Используя найденное значение показателя степени γ , рассчитайте значение показателя степени β в формуле зависимости потенциальной энергии от координаты $U = BN^\beta$.

Считайте, что раскручивания стержня начинается с положения $N = 30$.

4.6 Рассчитайте значения кинетической энергии стержня $E(k)$ после $k = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ оборотов. Приведите формулы, которые вы использовали для расчета $E(k)$.

Значение коэффициента B в формуле $U = BN^\beta$ подберите таким образом, чтобы значение кинетической энергии при $k = 30$, совпадало со значением этой энергии, рассчитанным в п. 3.6.

4.7 Постройте на графике п. 2.4 график полученной в этой части зависимости. Обозначьте его №4.