10-3. Поле точечного заряда помещенного в центре проводящей сферы некоторой толщины, отличается от поля точечного заряда только в областях нахождения проводника: там оно «съедено» (вспомните принцип электростатической защиты). Таким образом, энергия полей в двух случаях отличаются только на энергию указанной области.

В условии задачи даны достаточно тонкие сферы – поэтому можно упростить расчет, считая плотность энергии поля постоянной по всему объему. В нашем случае:

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V = \frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0 R^2}\right]^2 4\pi\, R^2 \Delta\, R.$$

$$W_{нан} = W_Q + W_{2Q} - \frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0 R^2}\right]^2 4\pi\, R^2 \cdot \Delta\, R - \frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{2Q}{4\pi\,\varepsilon_0\, 9R^2}\right]^2 4\pi 9 R^2 \Delta\, R.$$

$$W_{кон} = W_Q + W_{2Q} - \frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{2Q}{4\pi\,\varepsilon_0 R^2}\right] 4\pi\, R^2 \Delta\, R - \frac{\varepsilon_0}{2}\left[\frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0\, 9R^2}\right]^2 4\pi 9 R^2 \Delta\, R,$$

где ΔW – величина «съеденной» энергии поля, $W_{нан}$ и $W_{кон}$ соответственно начальное и конечное значение энергии системы.
Согласно закону сохранения энергии:

$$W_{кон} = W_{нан} + A,$$

где A – искомое значение зарядов минимальной работы по перестановке местами.
В нашем случае:

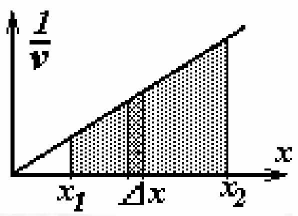
$$A = -\frac{Q^2}{60\,\pi\,\varepsilon_0 R}.$$

10-4. Данный вид движения не является ни равномерным, ни равноускоренным. Прямой ход решения содержит операцию интегрирования -материал, прием недоступный десятикласникам:

$$t=\int_{t_1}^{t_2}dt=\left\{\begin{aligned}&dt=\frac{dx}{\upsilon}=\frac{xdx}{b}\\&\upsilon=\frac{b}{x}\end{aligned}\right\}=\int_{x_1}^{x_2}\frac{xdx}{b}=\frac{1}{b}\left.\frac{x^2}{2}\right|_{x_1}^{x_2}=\frac{x_2^2-x_1^2}{2b}. \qquad (1)$$

Для решения задачи без применения интегрирования, необходимо построить график зависимости величины, обратной скорости, от расстояния, т.е. зависимость $\frac{1}{v}(x)$:

$$\frac{1}{v}(x)=\frac{x}{b}$$



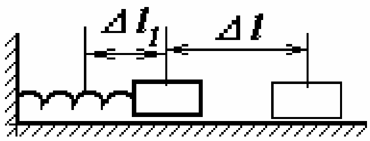
Рассматривая отмеченный на рисунке элементарный столбик, видим, что его площадь численно равна времени, которое требуется, чтобы преодолеть участок пути Δx_i

$$\Delta t_i=\Delta x_i\cdot\frac{1}{v_i}=\Delta x_i\cdot\left(\frac{x_i}{b}\right);$$

Таким образом, площадь трапеции, затонированной на рисунке, и даст нам искомое время движения тела:

$$t=\sum_i\Delta t_i=\sum\Delta S_i=\left(x_2-x_1\right)\frac{1}{2}\left(\frac{x_2+x_1}{b}\right)=\frac{x_2^2-x_1^2}{2b}.$$

10-5. Для решения задачи воспользуемся законом сохранения энергии с учетом отрицательной работы силы трения. Предположим, что, миновав положение равновесия, груз остановился на расстоянии Δl_1 от него. Понятно, что $\Delta l_1<\Delta l,$ т.к. работа силы трения уменьшила механическую энергию системы пружина – брусок (пружинного маятника). Работа силы трения при таком перемещении:



$$A_{тр}=-\mu mg\left(\Delta l+\Delta l_1\right)$$

Она же равна изменению механической энергии системы:

$$A_{тр}=\Delta E^{мех}=E_2^{мех}-E_1^{мех}\Rightarrow E_1^{мех}=E_2^{мех}-A_{тр}.$$

Раскрывая выражение для механической энергии получаем:

$$\frac{k\Delta l^2}{2}=\frac{k\Delta l_1^2}{2}+\mu mg(\Delta l+\Delta l_1). \qquad (1)$$

Преобразовав (1) к виду: