Уравнения (1) достаточно легко можно получить из условия равновесия стержня по вертикали (движение отсутствует) и отсутствия его вращения относительно центра масс. Так как цилиндры вращаются навстречу друг другу, то силы трения скольжения $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ также направлены навстречу друг другу. Их геометрическая сумма направлена к точке начального равновесия O и равна:

$$\Delta F = F_1 - F_2 = kN_1 - kN_2 = k\left(N_1 - N_2\right) = kmg\frac{2x}{l} \qquad (2)$$

Таким образом, уравнение движения стержня принимает хорошо известный вид:

$$ma = -kmg\frac{2x}{l}, \qquad (3)$$

Уравнение (3) описывает гармонические колебания с периодом

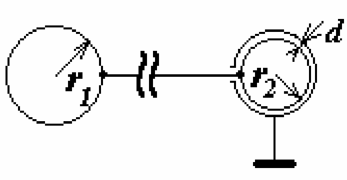
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2kg}} = \pi\sqrt{\frac{2l}{kg}} = 1{,}5c\ .$$

Интересно отметить, что приведенный пример гармонических колебаний не нуждается в традиционном критерии малости: в однородном гравитационном поле мы должны побеспокоится только о том, чтобы центр тяжести стержня не вышел за цилиндр:

$$x \le \frac{l}{2}. \qquad (4)$$

При этом величина амплитуды ограничивается только нашими «техническими» возможностями при демонстрации, а не принципиальными теоретическими положениями, как это было в случае математического и пружинного маятников.

11-5. Перераспределение зарядов (т.е. электрический ток) в любой системе прекратится после выравнивания потенциалов всех ее частей. Строгий расчет приведенной системы (с учетом электроемкости провода, взаимного влияния и т. д.) в общем случае достаточно сложен, однако особенности данной схемы дают нам возможность считать, что взаимным влиянием шаров можно пренебречь, а на поверхности концентрической проводящей оболочки будет индуцирован заряд обратной по знаку и равный по модулю заряду Q_2 шара r_2 (как в плоском конденсаторе). Пусть заряд шара r_1 будет Q_1. Тогда по закону сохранения заряда:



$$Q = Q_1 + Q_2. \qquad (1)$$

Потенциал φ_1 первого шара:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1},$$

второго (по принципу суперпозиции потенциалов):

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2}{r_2} - \frac{Q_2}{r_2 + d}\right) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d}{r_2\left(r_2 + d\right)} \approx \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d}{r_2^2}.$$

Из условия $\varphi_1 = \varphi_2$ получаем второе уравнение:

$$\frac{Q_1}{r_1} = \frac{Q_2}{r_2}\cdot\frac{d}{r_2}. \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1)-(2) имеем:

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{r_1 d}{r_1 d + r_2^2}Q \\ Q_2 = \dfrac{r_2^2}{r_1 d + r_2^2}Q \end{cases}. \qquad (3)$$

Заметим, что при $d \to 0$ система (3) дает:

$$\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = Q \end{cases}, \qquad (4)$$

что может быть прокомментировано следующим образом: электроемкость сферического конденсатора значительно возрастает, что позволяет ему сконденсировать на себе практически весь электрический заряд.