учитывая, что начальное положение есть $x = 0$, можно сказать, что амплитуда колебаний грузов

$$A = \frac{mg}{k}.$$

Тогда максимальная скорость

$$v_{max} = A\omega = \frac{mg}{k}\sqrt{\frac{k}{2m}} = g\sqrt{\frac{m}{2k}};$$

максимальное ускорение

$$a_{max} = A\omega^2 = \frac{mg}{k}\cdot\frac{k}{2m} = \frac{g}{2}.$$

**11-1.** Сила трения направлена в сторону противоположную направлению скорости движения тела относительно поверхности. Если бы ящик покоился, то суммарная сила трения, действующая на ящик была бы равна нулю (так как опоры колеблются в противофазе, то силы трения, действующие на них все время направлены в противоположные стороны). Когда ящик начинает двигаться, то в течении некоторого интервала времени опоры будут двигаться в одну сторону относительно наклонной плоскости. Пусть скорость первой опоры относительно ящика зависит от времени по закону

$$v'_1 = a\omega \sin \omega t,$$

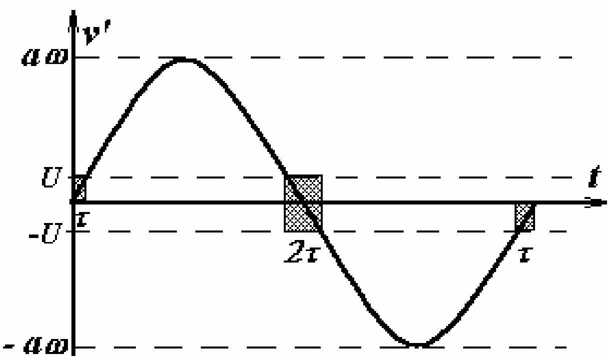
тогда скорость второй

$$v'_2 = -a\omega \sin \omega t.$$

Если скорость ящика равна $U$, то скорости платформ относительно наклонной плоскости равны

$$\begin{cases} v_1 = U + a\omega \sin \omega t, \\ v_2 = U - a\omega \sin \omega t. \end{cases}$$

Суммарная сила трения отлична от нуля, когда $v_1 > 0,\ v_2 > 0$ (при этом сила трения направлена вверх по наклонной плоскости). Заметим, что условия $v_1 < 0,\ v_2 < 0$ при неположительном $U$ не выполняются никогда. Так как угол наклона плоскости $\alpha$ мал, то можно предположить, что средняя скорость движения ящика значительно меньше максимальной скорости движения опор $a\omega$ (справедливость этого предположения проверим позже). Итак, сила трения



отлична от нуля и равна при выполнении условий

$$\begin{cases} v_1 > 0 \\ v_2 > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} a\omega \sin\omega t > -U \\ a\omega \sin\omega t < U \end{cases}.$$

Изобразим график $v_1(t)$ и отметим те интервалы, в которых выполняется (4) (на рис. заштрихованы).

Так как $U$ мало по сравнению с $a\omega$, то интервал $\tau$ также мал по сравнению с периодом колебаний. Поэтому можно считать $\sin\omega\tau \approx \omega\tau$, тогда из (4) получим $a\omega^2\tau = U$, откуда

$$\tau = \frac{U}{a\omega^2}.$$

За время одного периода колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, в течение интервала времени $4\tau$ сила трения равна $\mu mg\cos\alpha$, а в остальные моменты она равна нулю. Следовательно, средняя сила трения

$$F_{ср.} = \mu mg\cos\alpha\frac{4\tau}{T} \approx \frac{2U}{\pi a\omega}\mu mg.$$

(здесь учтена малость $\alpha$, тогда $\cos\alpha \approx 1$).

При установившемся движении эта сила равна проекции силы тяжести на наклонную плоскость :

$$mg\sin\alpha = \frac{2U}{\pi a\omega}\mu mg.$$

Откуда следует (с учетом $\sin\alpha \approx \alpha$)

$$U = \frac{\pi a\omega\sin\alpha}{2\mu} \approx \frac{\pi a\omega\alpha}{2\mu}.$$

Подстановка численных значений приводим к результату

$$U \approx 0{,}25 см/с.$$

Как и следовало ожидать $U << a\omega$, поэтому сделанное ранее приближения вполне обоснованы.

**11-2.** Пусть на торцах цилиндра индуцировались заряды $q' = \sigma S$, где $S$ – площадь торца, $\sigma$ – поверхностная плотность заряда. Так как цилиндр является проводником, то напряженность поля создаваемого индуцированными зарядами $E' = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ равна (и противоположно направлена) напряженности внешнего поля $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$.