$$m_0 C_0 \frac{\alpha}{2}\theta^2 + m_0 C_0 \theta = m_1 C_1 t_1 - m_1 C_1 \theta .$$

В приведенном виде

$$\theta^2 + \frac{2(m_0 C_0 + m_1 C_1)}{\alpha m_0 C_0} - \frac{2 m_1 C_1 t_1}{\alpha m_0 C_0} = 0.$$

Это уравнение в числах

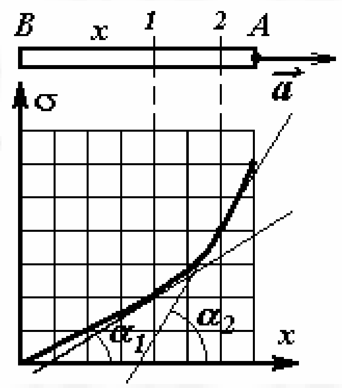
$$\theta^2 + 436\,\theta - 12115 = 0$$

имеет один из корней

$$\theta \approx 26\ {}^oC.$$

Второй корень физического смысла не имеет, он появился как следствие неоправданного использования формулы (2) в области $\theta < 0$.

10-1. Пусть зависимость силы натяжения в стержне от расстояния $T(x)$. Тогда $T(x) = \sigma(x)\cdot S,$, где S – площадь поперечного сечения стержня. Рассмотрим движение малого участка стержня длиной Δx_i; согласно основному закону динамики имеем:



$$\rho_i S \Delta x_i a = T(x + \Delta x) - T(x) = \Delta T(x) = \Delta\sigma(x)\cdot S$$

Отсюда:

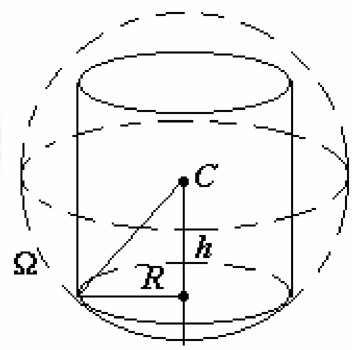
$$a = const = \frac{\Delta\sigma(x)}{\Delta x_i}\frac{1}{\rho_i} = \frac{tg\alpha_i}{\rho_i},$$

где $tg\alpha_i$ – тангенс угла наклона касательной к графику в соответствующей точке. Тогда:

$$\frac{tg\alpha_1}{\rho_1} = \frac{tg\alpha_2}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = 3{,}0\frac{tg37^o}{tg56^o} = 5{,}9 г/см^3 .$$

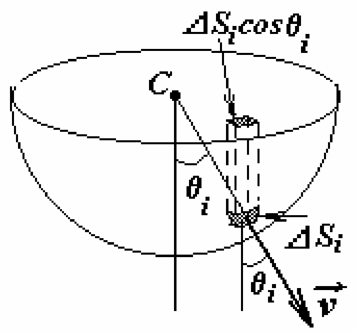
α_1 и α_2 – углы наклона касательных к графику в сечениях 1 и 2.

10-2. Подсчитаем импульс осколков, ушедших в землю – такой же по величине и противоположный по направлению импульс получит и бочка.



Проведем сферу Ω с центром в точке взрыва C, опирающуюся на основание цилиндра. Пусть число осколков на единицу площади сферы n. Тогда:

$$p = \sum_i n \Delta S_i m_0 v \cos\theta_i, \qquad (1)$$



где m_0 – масса одного осколка, v – его скорость, ΔS_i – площадь небольшого участка сферы, θ_i – соответствующий угол между осью бочки и $\vec{p}_i$. Но $\Delta S_i \cos\theta_i$ – величина проекции площади сегмента сферы на основание бочки, тогда сумму (1) легко вычислить:

$$p = n m_0 v \sum_i \Delta S_i \cos\theta_i = n m_0 v \pi R^2. \qquad (2)$$

Далее: $n = \dfrac{N}{4\pi\left(R^2 + h^2\right)}$,

$$N m_0 = m \Rightarrow \frac{N m_0 v^2}{2} = E,\ v = \sqrt{\frac{2E}{m}},$$

и (2) принимает вид:

$$p = \frac{N}{4\pi\left(R^2 + h^2\right)} m_0 \sqrt{\frac{2E}{m}} \pi R^2 = MV,$$

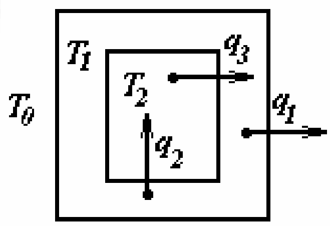
где V – скорость бочки после взрыва. Зная начальную скорость бочки, легко найти высоту ее подъема:

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{p^2}{2M^2 g} = \frac{Em}{16 M^2 \left(1 + \dfrac{h^2}{R^2}\right)^2 g}.$$

Заметим, что при решении мы не учитывали изменения импульсов осколков за время полета в поле силы тяжести ($mg\tau << mv$) и приняли, что все осколки достигают поверхности бочки одновременно. Кроме того, неявно предполагается, что $m << M$.

10-3. Для решения задачи сделаем следующие предположения:
поток теплоты из комнаты на улицу:

$$\frac{Q_1}{t} = q_1 = k_1\left(T_1 - T_0\right) \qquad (1)$$



из комнаты в морозилку:

$$\frac{Q_2}{t} = q_2 = k_2\left(T_1 - T_2\right) \qquad (2)$$

пропорциональны соответствующим разностям температур.