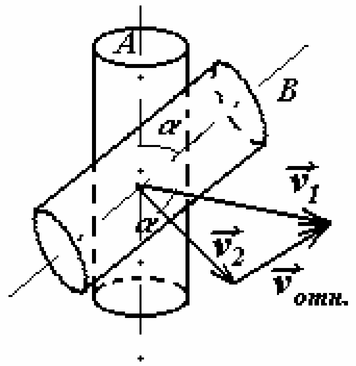
Лида1995 г. (Решения)



9-1. В первый момент после соприкосновения относительная скорость поверхностей цилиндров равна скорости поверхности нижнего цилиндра $v_1 = 2\pi n_1 R_1$. Нормальная относительно оси OB составляющая этой скорости, (точнее, силы трения) раскручивает цилиндр. Возникает сила трения за счет разности относительных скоростей. Нормальная составляющая силы трения исчезает, когда относительная скорость $\vec{v}_{отн.} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ станет параллельна оси OB. Из прямоугольного треугольника скоростей $v_2 = v_1 \cos\alpha$ или через частоты

$$2\pi n_2 R_2 = 2\pi n_1 R_1 \cos\alpha .$$

Откуда искомая частота

$$n_2 = \frac{R_1 n_1 \cos\alpha}{R_2}.$$

9-2. По условию задачи система находится в вертикальной плоскости, т.е. в плоскости рисунка. Ввиду симметричного разъезжания стержней скорости нижних тел, скользящих по плоскости, одинаковы по модулю

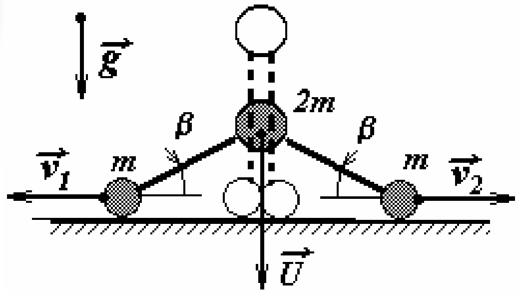
$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$$

Диссипативные силы отсутствуют, поэтому можно воспользоваться законом сохранения энергии. Будем считать, что значение потенциальной энергии отсчитывается от плоскости основания. Тогда

$$E_{пот.1} = E_{пот.2} + E_{кин.2},$$

где

$$E_{пот.1} = 2mgl,\ E_{пот.2} = 2mgl\sin\beta,\ E_{кин.2} = \frac{2mu^2}{2} + 2\frac{mv^2}{2} = m\left(u^2 + v^2\right).$$



Подстановка соотношений для энергий в закон сохранения дает

$$2gl = 2glsib\beta + u^2 + v^2. \qquad (1)$$

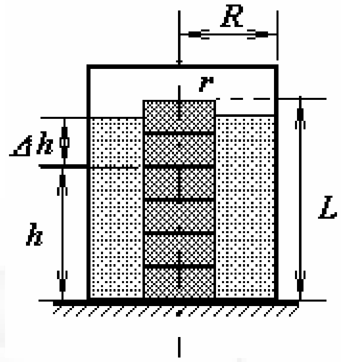
С другой стороны, неизменность длины стержня (по условию стержни жесткие) позволяет записать второе уравнение для проекций скоростей движения тел на направление прямой, проходящей по оси стержня

$$v\cos\beta = u\sin\beta, \Rightarrow v = utg\beta. \qquad (2)$$

Совместное решение (1), (2) позволяет выразить скорости шариков

$$u = \cos\beta\sqrt{2gl(1-\sin\beta)},\ v = \sin\beta\sqrt{2gl(1-\sin\beta)}.$$

9-3. Пусть длина всей пирамиды, которая коснулась дна, есть L. Запишем условие плавания тел



$$F_{арх} = mg$$

или

$$(h+\Delta h)\pi r^2 \rho g = \pi r^2 L \rho_c g,$$

где Δh – подъем уровня жидкости, вследствие вытеснения ее цилиндрами. После сокращения получим

$$(h+\Delta h)\rho = L\rho_c. \quad (1)$$

Условие несжимаемости жидкости позволяет написать второе уравнение

$$\pi r^2 h = \pi\left(R^2 - r^2\right)\Delta h. \qquad (2)$$

из (1) и (2) следует, что

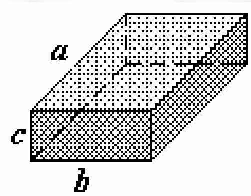
$$L = \frac{R^2}{R^2 - r^2}\cdot\frac{\rho}{\rho_c}h.$$

Теперь совсем просто подсчитать число цилиндров в колонне

$$N = \frac{L}{l},$$

причем, если L нацело делится на l, то это и будет ответ в задаче. Если же в результате деления мы получаем дробное число, то ответом будет следующее утверждение: число цилиндров равно целой части числа $\dfrac{R^2\rho h}{(R^2 - r^2)\rho_c l}$ плюс еще один.

9-4. Внешний вид нагревательного элемента приведен на рисунке. Мощность тепловыделения не резисторе



$$P = U^2/R,$$

где его сопротивление

$$R = \rho_{эл.}\frac{l}{S}.$$

Здесь $\rho_{эл.}$ – удельное сопротивление меди, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения. Имеем три различных варианта подключения. Пусть для определенности $a > b > c$. Тогда