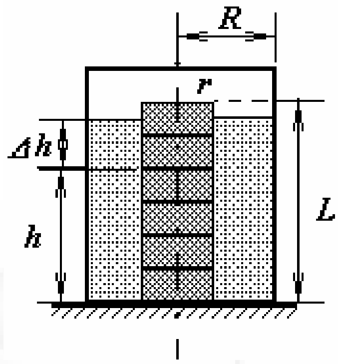
Совместное решение (1), (2) позволяет выразить скорости шариков

$$u = \cos\beta\sqrt{2gl(1-\sin\beta)},\ v = \sin\beta\sqrt{2gl(1-\sin\beta)}.$$

9-3. Пусть длина всей пирамиды, которая коснулась дна, есть L. Запишем условие плавания тел



$$F_{арх} = mg$$

или

$$(h + \Delta h)\pi r^2 \rho g = \pi r^2 L \rho_c g,$$

где Δh – подъем уровня жидкости, вследствие вытеснения ее цилиндрами. После сокращения получим

$$(h + \Delta h)\rho = L\rho_c. \quad (1)$$

Условие несжимаемости жидкости позволяет написать второе уравнение

$$\pi r^2 h = \pi\left(R^2 - r^2\right)\Delta h. \qquad (2)$$

из (1) и (2) следует, что

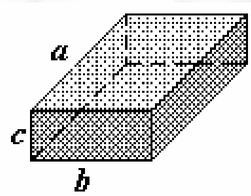
$$L = \frac{R^2}{R^2 - r^2}\cdot\frac{\rho}{\rho_c}h.$$

Теперь совсем просто подсчитать число цилиндров в колонне

$$N = \frac{L}{l},$$

причем, если L нацело делится на l, то это и будет ответ в задаче. Если же в результате деления мы получаем дробное число, то ответом будет следующее утверждение: число цилиндров равно целой части числа $\dfrac{R^2\rho h}{(R^2 - r^2)\rho_c l}$ плюс еще один.

9-4. Внешний вид нагревательного элемента приведен на рисунке. Мощность тепловыделения не резисторе



$$P = U^2/R,$$

где его сопротивление

$$R = \rho_{эл.}\frac{l}{S}.$$

Здесь $\rho_{эл.}$ – удельное сопротивление меди, l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения. Имеем три различных варианта подключения. Пусть для определенности $a > b > c$. Тогда

$$P_1 = P_a = \frac{U^2}{\rho_{эл.}\, a/bc} = \frac{U^2 bc}{\rho_{эл.} a},\ P_2 = P_b = \frac{U^2 ac}{\rho_{эл.} b},\ P_3 = P_c = \frac{U^2 ab}{\rho_{эл.} c},$$

причем

$$P_1 : P_2 = \frac{U^2 bc}{\rho_{эл.} a} : \frac{U^2 ac}{\rho_{эл.} b} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2},\ \ a = \sqrt{2}\, b,$$

$$P_2 : P_3 = \frac{c^2}{b^2} = \frac{1}{4},\ b = 2c.$$

С другой стороны, нам известен объем всего куска меди

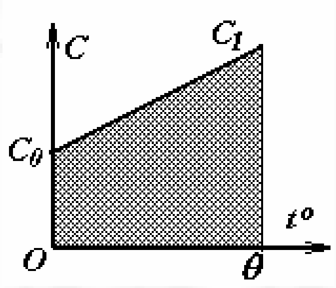
$$V = abc = \sqrt{2}\, 2^2 c^3 = m/\rho.$$

Теперь несложно найти размеры всех сторон

$$c = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}\, m}{8\rho}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}\cdot 4{,}5}{8\cdot 9\cdot 10^3}} \approx 4{,}5\, см,\ b = 2c = 9{,}0\ см,\ a\sqrt{2}\, b \approx 12{,}6\ см.$$

9-5. Задача решается с помощью уравнения теплового баланса. Горячая вода отдает

$$Q_{отд.} = m_1 c_1 (t_1 - \theta) \qquad (1)$$



теплоты, где θ – окончательная температура в калориметре. Это количество теплоты передается бруску, специфическое свойство которого – зависимость теплоемкости от температуры $C(t)$, усложняет процедуру расчета. Площадь под графиком зависимости $C(t)$ равна

$$S_{O\theta C_1 C_0} = \sum_i C(t_i)\Delta t_i,$$

где i – определяет номер участка разбиения. С другой стороны, полученное количество теплоты

$$Q_{пол.} = \sum_i C(t_i)\Delta t_i m_0 = m_0 \sum_i C(t_i)\Delta t_i.$$

Таким образом,

$$Q_{пол.} = m_0 S_{O\theta C_1 C_0}.$$

Площадь $S_{O\theta C_1 C_2}$ найдем как площадь трапеции

$$S_{O\theta C_1 C_2} = \frac{C_0 + C_1}{2}\cdot\theta = \frac{C_0 + C_0(1+\alpha\theta)}{2}\theta = C_0\theta + \frac{\alpha C_0 \theta^2}{2}$$

и, следовательно,

$$Q_{пол.} = m_0 C_0\left(\theta + \frac{\alpha\theta^2}{2}\right). \qquad (2)$$

Приравнивая (1) и (2), получаем квадратное уравнение относительно θ.