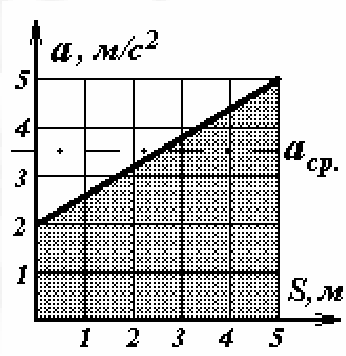
$$\frac{l_1}{l}=\frac{t-t_0}{t_1-t_o} \qquad (4)$$

или в числах $\frac{R_1}{R}=0{,}31.$ Следовательно, правильный ответ таков: длину спирали надо уменьшить на 69% и более, так как на самом деле в (12)-(14) знак равенства нужно заменить на соответствующие знаки $\geq$ и $\leq$.

9-5. Задача решается весьма просто, если обратить внимание, на то, что площадь под кривой ускорения в зависимости от пути численно равна половине разности квадратов скоростей:



$$aS=\frac{v^2-v_0^2}{2}. \qquad (1)$$

Это очевидно для равноускоренного движения; для переменного движения достаточно разбить весь график на маленькие прямоугольники и просуммировать их площади. Другими словами, если усреднить ускорение по пути (значение $\overline{a}=3{,}5 м/с^2$ обозначено на рисунке пунктиром), то из (1) следует окончательное выражение:

$$v=\sqrt{v_0^2+2\overline{a}S}\ ,$$

численное значение $v=6{,}0\, м/с$.

10-1. Поскольку цилиндры шероховатые, то при движении балки раскручиваются цилиндры, находящейся под ней, на что расходуется потенциальная энергия опускающейся балки. В идеализированном варианте после прохождения балки будут вращаться все цилиндры прокатного стана. Это обстоятельство и приводит к тому, что в конце концов движение станет равномерным.

Для решения задачи воспользуемся энергетическими соображениями. Пусть искомая скорость v. За время τ $\left(\tau \gg \frac{l}{v}\right)$ балка пройдет по стану путь $S=v\tau,$ при этом освободится потенциальная энергия

$$E^n=Mgv\tau\sin\alpha. \qquad (1)$$

При этом раскручивается до прекращения проскальзывания $N=\frac{v\tau}{l}$ новых цилиндров, кинетическая энергия которых

$$E^k=N\frac{1}{2}mv^2. \qquad (2)$$

При записи (1) учтено, что цилиндры тонкостенные и все точки цилиндров имеют одинаковую скорость. Для корректного решения задачи необходимо учесть неизбежное выделение теплоты при проскальзывании и трении балки о цилиндры. Для вычисления этой энергии заметим, что (2) аналогично выражению для кинетической энергии материальной точки, поэтому рассмотрим шайбу массы m аккуратно, (т. е. без начальной скорости) положенную на шероховатую горизонтальную ленту транспортера, движущуюся со скоростью v. Под действием трения скольжения шайба начнет набирать скорость с ускорением $a = \mu g,$ а через время $\tau^* = \dfrac{v}{\mu g}$ трение скольжения исчезнет. При этом выделиться теплота:

$$Q = \sum_i F_{mp} v_i \,\Delta t_i = F_{mp} \sum_i v_i \,\Delta t_i = \{v = at\} = F_{mp} \frac{v}{2} \tau^*. \qquad (3)$$

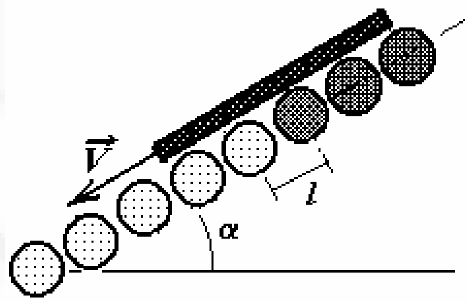
С другой стороны, согласно основному закону динамики в импульсной форме:

$$mv = F_{mp} \tau^*. \qquad (4)$$

Из (3)-(4) легко находим:

$$Q = \frac{1}{2} m v^2.$$

Таким образом мы показали, что при разгоне трением скольжения, энергетические (тепловые) потери равны кинетической энергии тела в конечном состоянии, т. е. пренебрегать ими нельзя. Возвращаясь к цилиндрам, заметим, что все вышесказанное будет справедливо, если балка достаточно длинна, т. е. иначе $\tau^* < \dfrac{L}{v}$ (чтобы проскальзывание успело исчезнуть). На рисунке раскрученные цилиндры заштрихованы, а раскручивающиеся — нет.



С учетом изложенного баланс энергий запишется в виде

$$E^n = E^k + Q = 2E^k = m v^2 N. \qquad (5)$$

Далее

$$Mgv\tau \sin\alpha = \frac{v\tau}{l} m v^2. \qquad (6)$$

Откуда

$$v^2 = gl\frac{M}{m}\sin\alpha \Rightarrow v = \sqrt{gl\frac{M}{m}\sin\alpha}. \qquad (7)$$