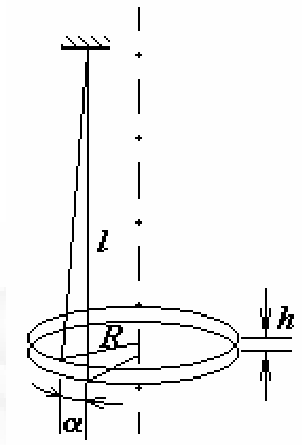
11-2. При повороте диска на малый угол α вокруг собственной оси он приподнимается на высоту



$$h \approx l - \sqrt{l^2 - (R\alpha)^2} \approx \frac{R^2\alpha^2}{2l}.$$

Потенциальная энергия при этом увеличивается на

$$\Delta E_n = mg\frac{R^2\alpha^2}{2l}.$$

При вращении диска с угловой скоростью ω, его кинетическая энергия равна

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J — постоянный коэффициент (момент инерции), зависящий от распределения масс. Закон сохранения энергии при вращательных колебаниях записывается в виде

$$\frac{J\omega^2}{2} + mg\frac{R^2\alpha^2}{2l} = const. \qquad (1)$$

Проводя аналогию с колебаниями груза на пружине

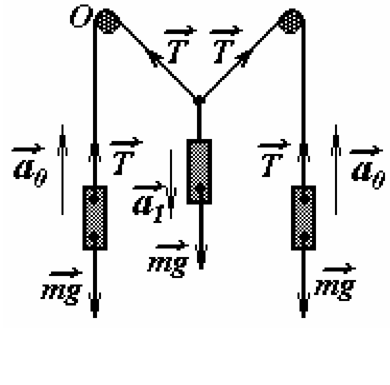
$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = const, \qquad (2)$$

можно выразить период колебаний диска

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Jl}{mgR^2}}. \qquad (3)$$

Если на диск положить груз, как сказано в условии задачи, то выражение для кинетической энергии (момент инерции J)не измениться, так как скорость груза, находящегося на оси вращения, равна нулю. Масса же системы увеличиться в два раза, следовательно, согласно (3), период колебаний уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

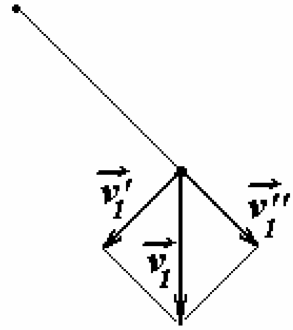
11-3. Обозначим расстояние между блоками $2l$. Запишем уравнения второго закона Ньютона для двух грузов



$$T - mg = ma_0,$$
$$mg - T\sqrt{2} = ma_1. \qquad (1)$$

(Чтобы не усложнять формулы мы сразу учитываем, что нить изогнута под прямым углом).

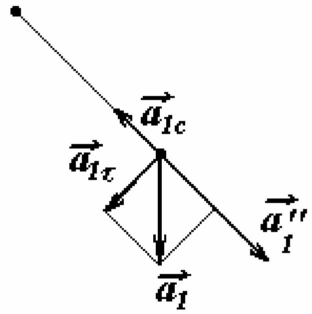
Установим связь между величинами ускорений грузов a_0 и a_1. Представим движение центрального груза как суперпозицию двух движений: вращения вокруг точки О со скоростью $\vec{v}'_1$ направленной перпендикулярно нити; увеличение радиуса вращения со скоростью $\vec{v}''_1$, направленной вдоль нити.



Очевидно, что $\left|\vec{v}''_1\right| = v_0$ — скорости бокового груза.
Так как, сумма скоростей $\vec{v}''_1$ и $\vec{v}'_1$ направлена вертикально вниз (это скорость груза $\vec{v}_1$), то
$\left|\vec{v}'_1\right| = \left|\vec{v}''_1\right| = v_0$ и

$$v_1 = v_0\sqrt{2}. \qquad (2)$$

Согласно разложению движения на составляющие, разложим и ускорение центрального груза.



Вращательному движению соответствует центростремительное ускорение $\vec{a}_{1c}$, направленное вдоль нити (равное $\frac{v_0^2}{l\sqrt{2}}$), и тангенциальное $\vec{a}_{1\tau}$, направленное перпендикулярно нити. Увеличению длины нити соответствует ускорение $\vec{a}''_1$, направленное вдоль нити и равное по модулю a_0 — ускорению бокового груза. Следовательно, модуль полного ускорения

$$a_1 = \left(a_0 - \frac{v_0^2}{l\sqrt{2}}\right)\sqrt{2}. \qquad (3)$$

Заметим, что эти же соотношения между скоростями и ускорениями грузов можно получить с помощью операции дифференцирования.
Запишем закон сохранения энергии для того, чтобы выразить скорость центрального груза

$$2\frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = mgl - 2mgl\left(\sqrt{2} - 1\right). \qquad (4)$$

Решая совместно (2)-(4) можно найти $a_1 = -\frac{g}{4}$, то есть ускорение направленно вверх.

11-4. Индукция магнитного поля внутри катушки

$$B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 I}{d}. \qquad (1)$$