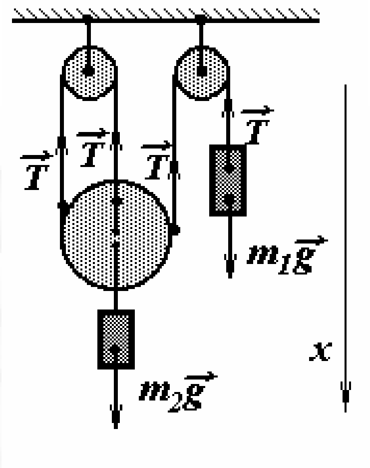
9.3 Обозначим все силы и запишем проекции сил действующих на тела m_1 и m_2 в проекциях на ось x:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a_1 \\ m_2 g - 3T = -m_2 a_2 \end{cases}, \qquad (1)$$



Два уравнения содержат 3 неизвестные величины, поэтому необходимо еще установить связь между ускорениями первого и второго грузов. Несложно заметить, что подъем груза m_2 на высоту Δh за время Δt приведет к тому, что груз m_1 опуститься на $3\Delta h$ за это же время, т. е. $a_1 = 3a_2$. Теперь легко решить систему (1), исключив силу натяжения нити T:

$$a_2 = \frac{3m_1 - m_2}{9m_1 + m_2} g; \; a_1 = 3a_2.$$

Расчет дает: $a_2 = 9{,}0 м/с^2, a_1 = 3{,}0 м/с^2$.

9-4. Задача взята из практики — попробуйте обычным кипятильником закипятить воду в трехлитровой банке! Итак речь идет о рассеивании тепла в окружающее пространство. В состоянии термодинамического равновесия вся подводимая мощность рассеивается, т. е.

$$\frac{U^2}{R} = k(t - t_0), \qquad (1)$$

где k — некоторый постоянный коэффициент, зависящий от формы и размеров сосуда, свойств окружающей среды. Чтобы нагреть воду до $t_1 = 100\ ^oC$ нужно увеличить мощность подачи тепла в систему. Это означает уменьшить сопротивление

$$\frac{U^2}{R_1} = k(t_1 - t_0). \qquad (2)$$

Разделив (1) на (2), получим

$$\frac{R_1}{R} = \frac{t - t_0}{t_1 - t_o}. \qquad (3)$$

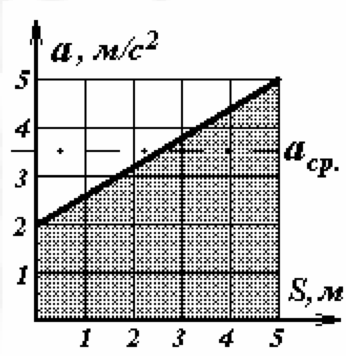
Поскольку R пропорционально l, то отношение $\frac{R_1}{R}$ равно отношению длин проволок.

Окончательно,

$$\frac{l_1}{l} = \frac{t - t_0}{t_1 - t_o} \qquad (4)$$

или в числах $\frac{R_1}{R} = 0,31.$ Следовательно, правильный ответ таков: длину спирали надо уменьшить на 69% и более, так как на самом деле в (12)-(14) знак равенства нужно заменить на соответствующие знаки ≥ и ≤.

9-5. Задача решается весьма просто, если обратить внимание, на то, что площадь под кривой ускорения в зависимости от пути численно равна половине разности квадратов скоростей:



$$aS = \frac{v^2 - v_0^2}{2}. \qquad (1)$$

Это очевидно для равноускоренного движения; для переменного движения достаточно разбить весь график на маленькие прямоугольники и просуммировать их площади. Другими словами, если усреднить ускорение по пути (значение $\overline{a} = 3,5 м / c^2$ обозначено на рисунке пунктиром), то из (1) следует окончательное выражение:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\overline{a}S} \ ,$$

численное значение $v = 6,0 \, м / с$.

10-1. Поскольку цилиндры шероховатые, то при движении балки раскручиваются цилиндры, находящейся под ней, на что расходуется потенциальная энергия опускающейся балки. В идеализированном варианте после прохождения балки будут вращаться все цилиндры прокатного стана. Это обстоятельство и приводит к тому, что в конце концов движение станет равномерным.

Для решения задачи воспользуемся энергетическими соображениями. Пусть искомая скорость v. За время τ $\left(\tau >> \frac{l}{v}\right)$ балка пройдет по стану путь $S = v\tau,$ при этом освободится потенциальная энергия

$$E^n = Mgv\tau \sin\alpha. \qquad (1)$$

При этом раскручивается до прекращения проскальзывания $N = \frac{v\tau}{l}$ новых цилиндров, кинетическая энергия которых

$$E^k = N\frac{1}{2}mv^2. \qquad (2)$$