**Могилев 1997. (Решения)**

**9-1.** Так как заранее нельзя предсказать, в каком состоянии будет находиться вода в сосуде, то при решении задачи необходимо сразу проводить вычисления количеств теплоты. При конденсации пара может выделится

$$Q_0 = rm_п = 11{,}5кДж.$$

На нагревание льда до температуры плавления требуется

$$Q_1 = c_л m_л \Delta t_л = 210\,Дж \qquad (Q_1 < Q_0);$$

для таяния льда -

$$Q_2 = \lambda m_л = 3{,}3кДж \qquad (Q_1 + Q_2 < Q_0);$$

на нагревание воды до кипения

$$Q_3 = c_в m_л \Delta t_в = 4{,}2кДж \qquad (Q_1 + Q_2 + Q_3 < Q_0).$$

Таким образом, теплоты,выделившейся при конденсации пара хватает на нагревание льда, его плавление, и нагрев образовавшейся воды до температуры кипения, следовательно,сконденсируется только часть пара массой

$$\Delta m = (Q_1 + Q_2 + Q_3)/r = 3.4 \cdot 10^{-3}\,кг.$$

Таким образом, в сосуде будет находиться $m_в + \Delta m = 13.4г$ воды при $100^0\,C$ и $m_п - \Delta m = 1.6г$ пара при той же температуре.

**9-2** .Пока отдача тепла мала (мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур и площади поверхности ) проводник нагревается, его сопротивление растет, тепловая мощность $\dfrac{U^2}{R_0(1+\alpha\Delta t)}$ падает. Стационарное состояние характеризуется равенством мощностей тепловыделения и рассеяния. Поэтому запишем дважды эти равенства для первого и второго случаев

$$\frac{U^2}{R_0(1+\alpha\Delta t_1)} = k\Delta t_1 S\ , \qquad \frac{U^2}{R_0(1+\alpha\Delta t_2)} = k\Delta t_2 \frac{S}{2},$$

где $k$ - некоторый коэффициент пропорциональности.

Отсюда, разделив левые части на правые, получаем квадратное уравнение

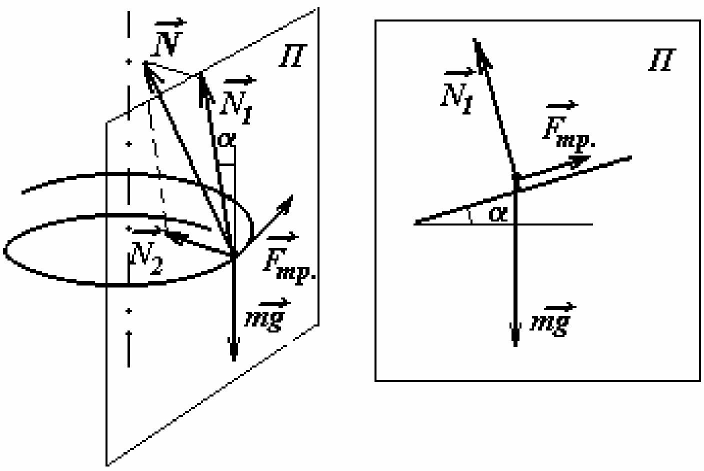
$$(\Delta t_2)^2 + \frac{1}{\alpha}\Delta t_2 - \frac{4}{\alpha}(1+\alpha\Delta t_1)\Delta t_1 = 0$$

Один из корней квадратного уравнения отрицательный и смысла не имеет, а второй дает требуемый ответ: проводник нагреется на $261K$.

**9-3.** Мы имеем типичный пример системы, самостоятельно приходящей в состояние динамического равновесия. Вначале бусинка разгоняется, растет скорость, а вместе с ней и сила реакции опоры $\vec{N}$, направленная перпендикулярно касательной к участку спирали, следовательно, возрастает и сила трения $\vec{F}$, направленная вдоль касательной к траектории в сторону противоположную скорости, причем модуль этой силы определяется известным законом $F = \mu N$ . Через определенное время бусинка будет двигаться с установившейся скоростью . Опустившись на один виток, бусинка расходует запас потенциальной энергии на работу против сил трения (кинетическая энергия при этом больше не меняется)

$$mgH = FS = \mu N\sqrt{4\pi^2 R^2 + H^2}\ , \qquad (1)$$

где $S = \sqrt{4\pi^2 R^2 + H^2}$ - длина одного витка спирали.




Разложим силу реакции $\vec{N}$ на две составляющие :

$$N_1 = mg\cos\alpha$$

- в вертикальной плоскости ***П***, касательной к участку спирали, и

$$N_2 = \frac{m(v\cos\alpha)^2}{R}$$

- в горизонтальной плоскости. Выражения для этих компонент получены из следующих рассуждений: в вертикальном направлении движение бусинки является равномерным со скоростью $v\sin\alpha$, следовательно в проекции на любую ось, лежащую в вертикальной плоскости, касательной к траектории сумма всех проекций сил, действующих на бусинку, равна нулю; в горизонтальной плоскости движение бусинки является равномерным движением по окружности радиуса $R$ со скоростью $v\cos\alpha$, следовательно, бусинка движется с центростремительным ускорением, которое ей сообщает компонента силы реакции $N_2$. Таким образом, модуль силы реакции определяется выражением

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \sqrt{m^2 g^2 \cos^2\alpha + \frac{m^2 v^4 \cos^4\alpha}{R^2}}\ . \qquad (2)$$

В этих выражениях $\alpha$ - угол между касательной к траектории и спиралью. Из простых геометрических построений находим

$$tg\alpha = \frac{H}{2\pi R}, \; cos\,\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha} = \frac{4\pi\ R^2}{4\pi^2R^2+H^2}. \qquad (3)$$

Подставляя полученные выражения в (1), получаем уравнение относительно скорости $v$

$$\frac{g^2H^2}{\mu^2} = 4\pi^2R^2g^2 + \frac{16v^4\pi^4R^2}{4\pi^2R^2+H^2}.$$

Разрешая уравнение, находим искомую скорость установившегося движения бусинки

$$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}\sqrt[4]{\left(4\pi^2R^2+H^2\right)\left(\frac{H^2}{\mu^2}-4\pi^2R^2\right)}.$$

**9-4.** .Выберем начало системы отсчета на башне, задачу будем решать в векторном виде. К моменту вылета второго камешка первый совершит перемещение

$$\Delta\vec{r}_0 = \vec{v}_0\Delta t + \frac{\vec{g}\Delta t^2}{2}$$

и будет двигаться со скоростью

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}\Delta t.$$

Перемещения камешков после бросания второго камешка запишутся следующим образом

$$\Delta\vec{r}_1(t) = \vec{v}_0(t+\Delta t) + \frac{\vec{g}(t+\Delta t)^2}{2},$$

$$\Delta\vec{r}_2(t) = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}.$$

Перейдем в систему отсчета, связанную со вторым камешком. Тогда относительное положение первого камешка задается вектором

$$\vec{S} = \Delta\vec{r}_1(t) - \Delta\vec{r}_2(t) = \vec{v}_0\Delta t + \frac{\vec{g}\Delta t^2}{2} + \vec{g}\Delta t\cdot t = \Delta\vec{r}_0 + \vec{g}\Delta t\cdot t,$$