При перекачке уровни воды в сосудах h_1 и h_2 будут изменяться, конечно, по линейному закону

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{10} + \frac{V}{S}t \\ h_2 &= h_{20} - \frac{V}{S}t \end{aligned} \qquad (3)$$

но положение центра масс всей системы будет изменяться по закону квадратичному. Действительно, высота центра масс Z_c может быть найдена из уравнения

$$MZ_c = M_0 Z_0 + \rho S h_1 (l + \frac{h_1}{2}) + \rho S h_2 \frac{h_2}{2}, \quad (4)$$

где M_0, Z_0 - масса и высота центра масс установки без воды, l - высота верхнего бака. Подставляя выражения (3), получим

$$\begin{aligned} MZ_c = M_0 Z_0 + \rho S l h_{10} + \frac{1}{2}\rho S h_{10}^2 + \\ + \frac{1}{2}\rho S h_{20}^2 + \rho V(l + h_{10} + h_{20})t + \rho \frac{V^2}{S} t^2 \end{aligned}. \quad (5)$$

Из выражений (2) и (5) следует

$$\Delta P = Ma_c = 2\rho \frac{V^2}{S}$$

Заметим, что ответ не зависит от того, перекачивают воду вверх или вниз. Может эта задача вам покажется более понятной, если Вы проведете аналогию с двумя грузами, подвешенными на нити, перекинутой через блок . При ускоренном движении грузов вес всей системы также изменяется. Замените грузы тяжелой однородной веревкой и Вы получите простейший механический аналог этой задачи.

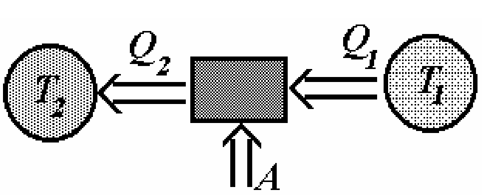
10.3. Для идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, выполняется соотношение

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}, \qquad (1)$$

где Q_1, Q_2 - теплоты отданная нагревателем и полученная холодильником;

T_1, T_2 - температуры нагревателя и холодильника, соответственно. Это же соотношение выполняется и для холодильной машины, работающей по обратному циклу, в котором от холодильника теплоту забирают и передают нагревателю. Мы используем соотношение (1), для того чтобы рассчитать количество теплоты, забранное у холодильника.

Принцип работы холодильной машины представлен на рисунке в виде схемы: из сосуда 1, содержащего воду при температуре T_1 холодильник забирает Q_1 теплоты, при этом внешние силы совершают работу A и количество теплоты $Q_2 = Q_1 + A$ передается сосуду 2, в котором находится вода при температуре T_2. Так как вода в сосуде 2 находится при температуре кипения, то эта температура изменяться не будет. Вода же в сосуде 1 будет остывать, возможно, затем замерзать. Поэтому необходимо проводить расчеты поэтапно с количественными результатами на каждом этапе.



<u>Первый этап. Остывание воды до температуры замерзания.</u>

Холодильник забирает количество теплоты

$$Q_1' = c_1 m_1 \Delta t_1 = 0{,}38\, МДж \quad ,$$

где $\Delta t_1 = 30^o C$ - изменение температуры воды в первом сосуде. В процессе остывания температура изменяется, поэтому строго говоря , для вычисления количества теплоты переданной в сосуд 1, необходимо рассматривать процесс, разбивая его на бесконечно малые участки. Однако, так как относительное изменение абсолютной температуры не велико (порядка 10%), то мы в расчетах примем среднее значение температуры $T_1' = 273 + 15 = 288 K$. На этом этапе сосуд 2 получит

$$Q_2' = \frac{T_2}{T_1'} Q_1' = 0.49\, МДж.$$

Этого количества теплоты хватит, чтобы испарить

$$\Delta m_2' = \frac{Q_2'}{r} = 0.22 кг$$

воды (вся вода не испарилась - надо греть дальше). Работа, совершенная на первом этапе

$$A' = Q_2' - Q_1' = 0.11\, МДж.$$

<u>Второй этап. Замерзание воды.</u>

Сосуд 1 отдаст

$$Q_1'' = \lambda m_1 = 1{,}0\, МДж\, ;$$

сосуд 2 получит

$$Q_2'' = \frac{T_2}{T_1''} Q_1'' = 1{,}37\, МДж\, ,$$

(здесь $T_1''= 273K$ - температура замерзания воды); при этом испарится

$$\Delta m_2'' = \frac{Q_2''}{r} = 0{,}61кг,$$

совершена работа

$$A'' = Q_2'' - Q_1'' = 0{,}37\,МДж.$$

Как следует, из полученных расчетов, и после этого этапа не вся вода испарилась, осталось $\Delta m_2''' = m_2 - \Delta m_2' - \Delta m_2'' = 0{,}17кг$.

<u>Третий этап. Остывание льда.</u>

На этом этапе нам необходимо решать обратную задачу - легко найти количество теплоты, которое получит кипящая вода $Q_2''' = r\Delta m_2''' = 0{,}38\,МДж$ Требуется определить сколько теплоты отдаст лед. На этом этапе температура T_1 так же изменяется, но мы по прежнему в расчетах используем ее среднее значение $T_1''' = T_1'' - \frac{\Delta t_2}{2}$, где Δt_2- изменение температуры льда. Тогда $Q_1''' = c_2 m_1 \Delta t_2$, а по формуле (1) $Q_1''' = \frac{T_1'''}{T_2} Q_2'''$. Приравнивая эти два выражения, найдем

$$\Delta t_2 = T_1''\left(\frac{c_2 m_1 T_2}{Q_2'''} + \frac{1}{2}\right)^{-1} = 41^0.$$

Таким образом, в сосуде 1 будет находится лед при температуре $-41^o C$.

На третьем этапе лед отдаст $Q_1''' = c_2 m_1 \Delta t_2 = 0{,}26\,МДж$ теплоты, следовательно совершена работа

$$A''' = Q_2''' - Q_1''' = 0{,}12\,МДж.$$

Итого, в процессе испарения воды будет совершена работа $A = A' + A'' + A''' = 0{,}60\,МДж.$ Заметим, что количество теплоты, которое отдал сосуд 1 $Q_1 = 1{,}64\,МДж$, в два с половиной раза больше, чем совершенная работа.

Для того чтобы точно расчитать количество теплоты, полученное сосудом два, при изменении температуры в первом сосуде необходимо рассмотреть бесконечно малый участок этого процесса. Тогда

$$dQ_2 = T_2 \frac{dQ_1}{T_1} = T_2 \frac{c_1 m_1 dT_1}{T_1},$$

интегрируя это выражение получим

$$Q_2' = c_1 m_1 T_2 \ln \frac{T_1}{T_1''}.$$

Отличие численного значения, расчитанного по этой формуле, от полученного ранее менее чем на *0,1%.*

10.4. Рассмотрим условия равновесия шариков. На каждый из них действуют $m\vec{g}$ - сила тяжести, $\vec{F}$ - сила кулоновского отталкивания, $\vec{T}$ - сила натяжения нити. Шарики будут находится в равновесии, когда суммарный момент сил, действующих на них будет равен нулю, что будет выполняться при

$$mgl \sin\theta = Fl \cos\theta. \qquad (1)$$

Учитывая, что

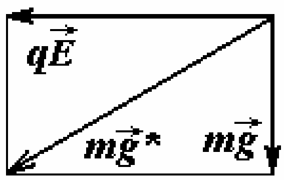
$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2l \sin\theta)^2}, \qquad (2)$$

получим уравнение, определяющее угол отклонения нити

$$\frac{\sin^3\theta}{\cos\theta} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 l^2 mg}. \qquad (3)$$

Приведенный в условии график, фактически является решением этого уравнения для различных значений q (в чем можно убедиться непосредственной подстановкой) . По этому графику можно найти величину заряда каждого шарика $q \approx 2{,}6 \cdot 10^{-7}$ *Кл*.

При включении однородного электрического поля на шарики начинает действовать дополнительная сила, которая постоянна и не зависит от положения шариков, так же как и сила тяжести . В таком случае разумно «объединить» эту силу с силой тяжести и ввести, так называемое, «эффективное» ускорение свободного падения $\vec{g}^*$, модуль которого



$$g^* = g\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}. \qquad (4)$$

Тогда угол отклонения θ_1 каждой нити от направления вектора $\vec{g}^*$ можно найти как решение уравнения (3), в котором необходимо заменить g на g^*

$$\frac{\sin^3\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 l^2 mg^*}. \qquad (5)$$