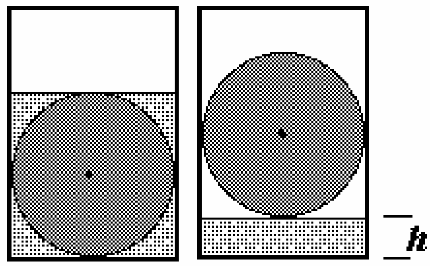
9.4. Минимальную работу в данном случае легко подсчитать как изменение потенциальной энергии системы. Объем воды в сосуде

$$V = 4R^2L - \pi R^2L;$$

после того как цилиндр достанут из воды вода заполнит дно сосуда слоем толщиной

$$h = \frac{V}{2RL} = (2 - \frac{\pi}{2})R.$$



Следовательно, на такую же высоту необходимо поднять цилиндр. Изменение его потенциальной энергии при этом

$$\Delta U_1 = mgh = \pi R^3 L\rho g(2 - \frac{\pi}{2}).$$

Потенциальная энергия воды уменьшится на величину

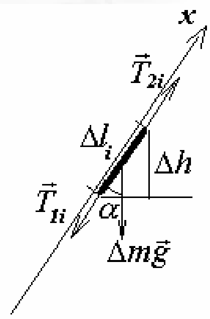
$$\Delta U_2 = (4-\pi)R^2L\rho_0 g(R - \frac{h}{2}) = (4-\pi)R^3L\rho_0 g(1 + \frac{\pi}{4}),$$

при записи этого соотношения учтено, что первоначально центр тяжести воды находился на высоте R, а затем оказался на высоте $\frac{h}{2}$.

Таким образом, полное изменение энергии (следовательно, и необходимая работа) расчитываются по формуле

$$A = \Delta U = \Delta U_1 - \Delta U_2 = \frac{4-\pi}{2}R^3Lg(\pi\rho - (2 + \frac{\pi}{2})\rho_0).$$

9.5 Рассмотрим силы, действующие на небольшой участок веревки длиной Δl_i - сила тяжести $\Delta m_i\vec{g}$, и натяжения веревки с двух сторон от выделенного участка $\vec{T}_{1i}$ и $\vec{T}_{2i}$. Запишем уравнение второго закона Ньютона для выделенного кусочка в проекции на направление самого участка (на рисунке обозначена ось x):



$$\Delta m_i a = T_{2i} - T_{1i} - \Delta m_i g\cos\alpha_i,$$

Выразим массу кусочка $\Delta m_i = \frac{m}{L}\Delta l_i$ и подставим в полученное уравнение

$$\frac{m}{L}\Delta l_i a = T_{2i} - T_{1i} - \frac{mg}{L}\Delta l_i\cos\alpha_i,$$

где a - ускорение веревки.

Просуммируем уравнения , относящиеся ко всем участкам веревки. Учтем, что силы натяжения отдельных участков встречаются дважды, причем с различными знаками, поэтому их сумма для всех внутренних участков обратится в нуль, останется только сила натяжения одного из концов веревки (то есть F). Очевидно, что сумма длин Δl_i равна длине веревки L; величина $\Delta l_i \cos\alpha_i = \Delta h_i$ есть разность высот концов выделенного участка, поэтому сумма этин величин равна h. Таким образом, после суммирования получим

$$ma = F - \frac{h}{L}mg.$$

Откуда находим ускорение

$$a = \frac{F}{m} - \frac{h}{L}g.$$

Данная задача может быть также легко решена с использованием энергетического подхода. Пусть за время Δt веревка сместилась на расстояние Δx, тогда сила F совершила работу $A = F\Delta x$, которая пошла на увеличение кинетической $\Delta E_{кин.} = \Delta(\frac{mv^2}{2}) = mv\Delta v$ и потенциальной энергии $\Delta E_{пот.} = m\frac{\Delta x}{L}gh$ веревки.

Таким образом,

$$F\Delta x = mv\Delta v + m\frac{\Delta x}{L}gh \quad .$$

Разделим это уравнение на Δt (с учетом $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v, \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$) и сократим на v, получим

$$F = ma + \frac{h}{L}mg,$$

откуда следует ответ задачи.

10.1. Давление газа в трубке определяется атмосферным давлением и гидростатическим давлением столбика ртути

$$P_0 = P_a + \rho gl; \qquad (1)$$

а по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений водяных паров $P_{нас.}$ и сухого воздуха P_1

$$P_0 = P_1 + P_{нас.}. \qquad (2)$$

Так как воды имеется в избытке, то давление водяных паров при любой температуре будет равно давлению насыщенного пара, зависимость которого от температуры представлена в виде графика.