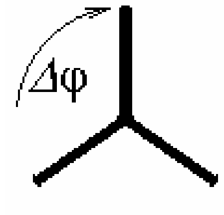
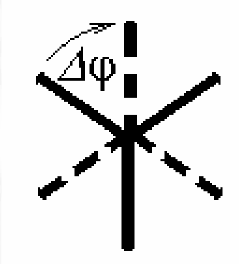
3. Угловая скорость вращения вентилятора рассчитывается по формуле $\omega = 2\pi n$. Вентилятор будет казаться неподвижным с тремя лопастями, если за время между вспышками τ лопасти повернутся на угол $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}k, \quad k = 1,2,3...$ (естественно, мы предполагаем, что все лопасти вентилятора одинаковы). Таким образом, условие будет выполнено при



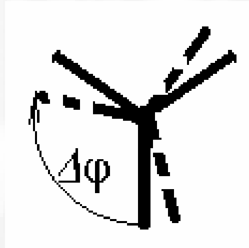
$2\pi n\tau = \frac{2\pi}{3}k$, или при частотах вспышек $\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{3n}{k}$. Так как минимальна частота стробоскопа равняется *2Гц,* то максимальное значение $k_{max} = 15$.

Вентилятор будет казаться неподвижным с шестью лопастями, если за время между вспышками лопасти повернутся на угол $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}k, k = 0,1,2,...$. Следовательно, частоты вспышек стробоскопа в этом случае можно найти из уравнения $2\pi n\tau = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}k$, или $\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{3n}{k + \frac{1}{2}}$.



Максимальное значения k в этом случае равно 14.

Наконец, вентилятор будет казаться вращающимся в противоположную сторону с частотой n_1, если за время между вспышками лопасти повернутся на угол $\Delta\varphi = -2\pi n_1\tau + \frac{2\pi}{3}k, k = 1,2,3...$ Соответствующе уравнения для определения частот стробоскопа имеет вид $2\pi n\tau = -2\pi n_1\tau + \frac{2\pi}{3}k$. Из которого



следует $\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{3(n + n_1)}{k}; k = 1,2,3...15$.

4. В ходе перемещения поршня на него действуют силы давления воздуха $F_1 = P_0 a(a - h)$ (1)

и воды $F_2 = (\rho g\frac{h}{2} + P_0)ah$ (2),

где ρ-плотность воды, h- изменяющаяся высота уровня воды в сосуде, $\rho g\frac{h}{2}$ - среднее давление воды на поршень. Так как поршень плотно пригнан, то между ним и правой стенкой сосуда находится вакуум.

Чтобы совершенная работа была минимальна к поршню необходимо прикладывать силу, лишь незначительно превышающую силу давления воды и воздуха:

$$F = F_1 + F_2 = P_0 a^2 + \rho g a \frac{h^2}{2}. \qquad (3)$$

Как следует из формулы (3) прикладываемая сила должна изменяться в ходе перемещения поршня, поэтому совершенную ею работу подсчитать сложно (необходимо использовать операцию интегрирования. Однако, первое слагаемое выражении (3) постоянно (поэтому работу этой силы A_1 подсчитать не составляет труда), а работа оставшейся составляющей силы равна изменению потенциальной энергии воды $A_2 = \Delta U$ (найти которое тоже не сложно).

Итак,

$$A_1 = P_0 a^2 x, \qquad (4)$$

где x - смещение поршня, которое найдем из условия постоянства объема воды

$$lah_0 = (l - x)a^2 \Rightarrow x = l(1 - \frac{h_0}{a}). \qquad (5)$$

Следовательно, $A_1 = P_0 a^2 l(1 - \frac{h_0}{a})$.

Вычислим изменение потенциальной энергии воды по формуле

$$A_2 = \Delta U = \rho g(l - x)a\frac{a}{2} - \rho g l h_0 \frac{h_0}{2} = \frac{\rho g a l h_0}{2}. \qquad (6)$$

Таким образом полная работа вычисляется по формуле

$$\boxed{A = \frac{\rho g a l h_0}{2} + P_0 a^2 l(1 - \frac{h_0}{a})}$$

Заметим, что для не очень высоких сосудов ($\rho g a << P_0$) второе слагаемое значительно превышает первое, то есть основная работа совершается по преодолению силы атмосферного давления.