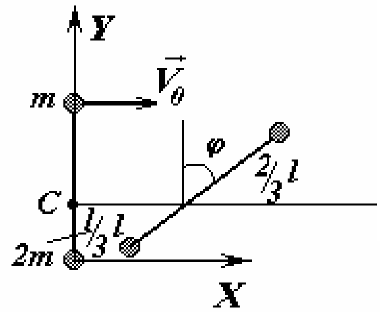
Решения.

11 класс.

1. Движение связанных шайб можно представить как суперпозицию поступательного равномерного движения центра масс и вращения вокруг оси, проходящей через центр масс. Координату центра масс C найдем по формуле



$$y_C = \frac{ml}{m+2m} = \frac{l}{3}, \qquad (1)$$

Скорость центра масс

$$V = \frac{mV_0}{3m} = \frac{V_0}{3}, \qquad (2)$$

а угловая скорость вращения

$$\omega = \frac{V_0}{l}. \qquad (3)$$

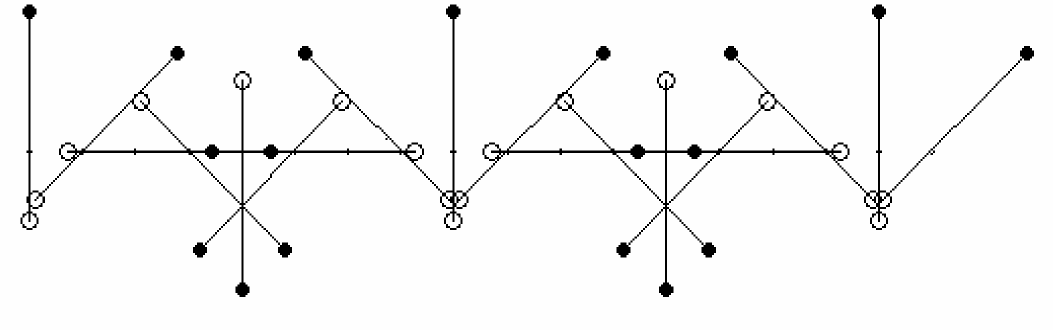
В таком представлении зависимости координат шайб от времени почти очевидны:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{V_0}{3}t + \dfrac{2}{3}l\sin\dfrac{V_0}{l}t \\ y_1 = \dfrac{l}{3} + \dfrac{2}{3}l\cos\dfrac{V_0}{l}t \end{cases}; \quad \begin{cases} x_2 = \dfrac{V_0}{3}t - \dfrac{1}{3}l\sin\dfrac{V_0}{l}t \\ y_2 = \dfrac{l}{3} - \dfrac{1}{3}l\cos\dfrac{V_0}{l}t \end{cases}. \qquad (4)$$

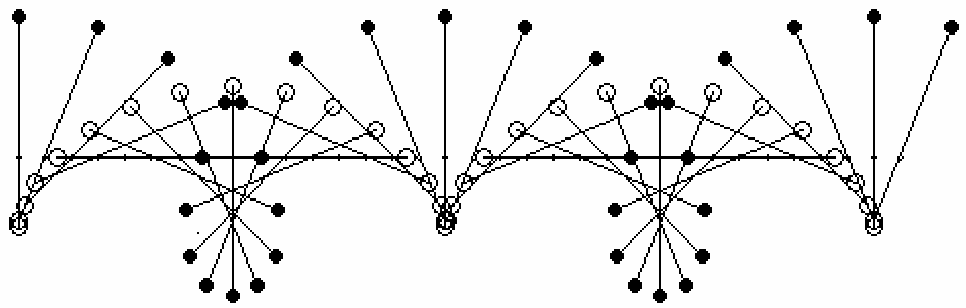
Для построения траекторий можно нарисовать нескольких положений связанных шайб при изменении угла поворота, например на $45°$, и соединить их плавными линиями. Для этого удобно переписать уравнения движения в зависимости от угла поворота $\varphi = \frac{V_0}{l}t$:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{l}{3}(\varphi + 2\sin\varphi) \\ y_1 = \dfrac{l}{3}(1 + 2\cos\varphi) \end{cases}; \quad \begin{cases} x_2 = \dfrac{l}{3}(\varphi - \sin\varphi) \\ y_1 = \dfrac{l}{3}(1 - \cos\varphi) \end{cases}. \qquad (6)$$

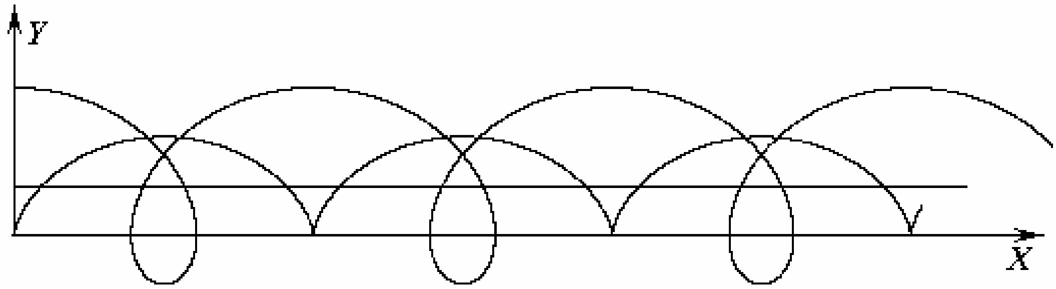
Результат построения показан на следующем рисунке



Более эффектная картинка получится, если уменьшить шаг изменения угла поворота



Траекториями движения являются две циклоиды, первая из которых - удлиненная.



<u>Схема оценивания.</u>

Номер пункта	Содержание	баллы всего	в том числе за подпункты
1	**Разложение движения на составляющие**	***2***	
2	**Уравнения законов движения**	***5***	
	- положение центра масс		*1*
	- скорость центра масс		*1*
	- угловая скорость вращения		*1*
	- закон движения тела m		*1*
	- закон движения тела $2m$		*1*
3	**Построение траекторий**	***3***	
	- метод построения		*1*
	- тела m		*1*
	- тела $2m$		*1*
	всего	***10***	