11 класс. Решения задач.

<u>Задача 1.</u>

1.1 При изменении магнитного поля, вследствие явления электромагнитной индукции, появляется электрическое поле, с которым взаимодействуют заряды кольца. Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для кольца

$$mr^2 \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = e\tilde{E}r \ , \qquad (1)$$

где $\tilde{E}$ - среднее значение тангенциальной составляющей вихревого электрического поля.

<u>Примечание</u>. Уравнение (1) можно получить и без использования «готового» уравнения динамики вращательного движения - на основании рассмотрения динамики движения отдельных малых элементов кольца.

По закону электромагнитной индукции, ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока, поэтому справедливо соотношение

$$2\pi r\tilde{E} = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}, \qquad (2)$$

из которого следует

$$r\tilde{E} = -\frac{r^2}{2}\frac{\Delta B}{\Delta t}. \qquad (3)$$

После подстановки выражения (3) в уравнение (1) и сокращения на Δt, получаем требуемое соотношение для модуля изменения угловой скорости

$$\Delta\omega = \frac{e}{2m}B_0 . \qquad (4)$$

1.2 Сила тока отдельного кольца может быть вычислена по определению

$$I_1 = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi}, \qquad (5)$$

где T - период обращения. Сила тока двух колец равна сумме токов отдельных колец, поэтому (учитывая, что их скорости $\omega_{1,2} = \pm\omega_0 + \Delta\omega$, где ω_0 - угловые скорости до включения магнитного поля)

$$I = \frac{e}{2\pi}\left(\omega_1 + \omega_2\right) = \frac{e}{\pi}\Delta\omega = \frac{e^2}{2\pi m}B_0 . \qquad (6)$$

Направление тока легко определить по правилу Ленца - он создает поле, противоположное внешнему полю.

1.3 Магнитный момент отдельного атома определяется по формуле

$$p_m = I\pi r^2 = \frac{e^2 r^2}{2m}B_0, \qquad (7)$$

а магнитный момент единицы объема

$$J = np_m = \frac{e^2 r^2}{2m}nB_0 . \qquad (8)$$

1.4 Обозначим высоту цилиндра h, а его радиус R, тогда его магнитный момент может быть записан в двух формах

$$P_m = JV = \frac{e^2 r^2}{2m} n B_0 \pi R^2 h; \qquad (9)$$
$$P_m = ih\pi R^2;$$

приравнивая которые получим

$$i = J = \frac{e^2 r^2}{2m} n B_0. \qquad (10)$$

Магнитное поле, созданное этим полем можно вычислить используя формулу для индукции поля внутри соленоида $B = \mu_0 \frac{NI}{l}$, в которой произведение силы тока на плотность намотки является линейной плотностью токов, поэтому

$$B' = \mu_0 i = \mu_0 \frac{e^2 r^2}{2m} n B_0. \qquad (11)$$

1.5 Так как поле B' направлено противоположно внешнему полю B_0, то поле внутри магнетика будет равно

$$B = B_0 - B' = \left(1 - \mu_0 \frac{e^2 r^2}{2m} n\right) B_0, \qquad (12)$$

Сравнивая это выражение с формулой приведенной в условии, получим выражение для магнитной проницаемости

$$\mu = 1 - \mu_0 \frac{e^2 r^2}{2m} n. \qquad (13)$$

1.6 Для проведения численных расчетов необходимо выразить значение концентрации атомов через известные постоянные $n = \frac{\rho}{m_{Cu}} = \frac{\rho N_A}{M}$, где $m_{Cu} = \frac{M}{N_A}$ - масса атома меди. Окончательное выражение для магнитной проницаемости принимает вид

$$1 - \mu = \mu_0 \frac{e^2 r^2}{2m} \cdot \frac{\rho N_A}{M} =$$
$$= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-10}\right)^2}{2 \cdot 0{,}9 \cdot 10^{-30}} \cdot \frac{8{,}9 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{64 \cdot 10^{-3}} \approx 5 \cdot 10^{-6}$$

Заметим, что табличное значение рассчитанной величины для меди равно $1{,}0 \cdot 10^{-5}$, что отличается всего в два раза.

Схема оценивания.

Пункт	Содержание	Баллы	*Примечания*
1.1	**Вывод формулы (4)** - закон эл.-маг. индукции -выражение для средней напряженности эл. поля - ур-ние движения - его решение	**4**	 1 1 1 1
1.2	**Всего** - сила тока одного витка - суммарный ток - направление тока	**3**	 1 1 1
1.3	**Всего** - магнитный момент атома - магнитный момент объема	**2**	 1 1
1.4	**Всего** - выражение момента через поверхностный ток - равенство моментов - выражение для i - выражение для B'	**5**	 1 1 1 2
1.5	**Всего** - разность полей - выражение для μ	**2**	 1 1
1.6	**Всего** - выражение для n - численный расчет	**3**	 1 2
	Оформление	**1**	
	ИТОГО	**20**	