тележки обозначим u. Тогда описанные условия примут вид

$$\frac{Mu^2}{2}+\frac{mv_x^2}{2}+\frac{mv_y^2}{2}=\frac{mv_0^2}{2}, \qquad (2)$$

$$Mu=mv_x, \qquad (3)$$

$$v_y=u+v_x. \qquad (4)$$

Время полета можно найти по формуле

$$t=\frac{2v_y}{g}, \qquad (5)$$

тогда расстояние между снарядом и тележкой следует рассчитать по формуле

$$S=\left(v_x+u\right)t=\frac{2v_y^2}{g}, \qquad (6)$$

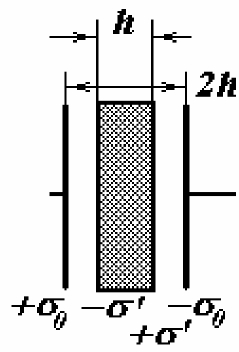
при выводе учтены соотношения (3) и (5). Теперь из соотношений (2)-(4) необходимо выразить компоненту скорости v_y

$$v_y^2=\frac{1+\eta}{2+\eta}v_0^2. \qquad (7)$$

Подставляя выражения (7) и (1) в формулу (6), получаем окончательное выражение

$$\boxed{S=2\frac{1+\eta}{2+\eta}S_0\approx 3{,}6\,м. \qquad (8)}$$

10.3 Обозначим поверхностную плотность зарядов на обкладках конденсатора σ_0, а на поверхности пластины σ' (обе эти величины зависят от времени). Так как внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало, то в любой момент времени разность потенциалов между обкладками конденсатора будет равна напряжению источника. Поэтому в любой момент времени справедливо соотношение



$$\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}h+\frac{\sigma_0-\sigma'}{\varepsilon_0}h=U, \qquad (1)$$

где $\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0},\frac{\sigma_0-\sigma'}{\varepsilon_0}$ - напряженности электрических полей между платиной и обкладками и внутри пластины, соответственно.

Сразу после подключения источника на пластине возникнут поляризационные заряды, такие, что поле внутри пластины будет в ε раз меньше поля вне ее, то есть

$$\frac{\sigma_0 - \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

Из этих соотношений находим, что плотность зарядов на обкладке конденсатора будет равной

$$\sigma_0^{(0)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{\varepsilon_0 U}{h}, \qquad (3)$$

следовательно, в начальный момент времени заряд пластины будет равен

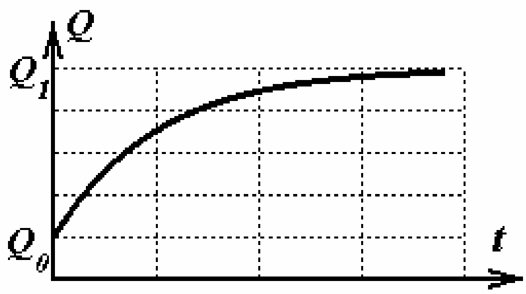
$$Q_0 = S\sigma_0^{(0)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{\varepsilon_0 US}{h}. \qquad (4)$$

Однако, пластина слабо, но проводит электрический ток. Поэтому внутри пластины ток будет течь до тех пор, пока поле внутри пластины не исчезнет. Это произойдет при $\sigma_0 = \sigma'$. В этом случае из соотношения (1) следует

$$\sigma_0^{(1)} = \frac{\varepsilon_0 U}{h}, \qquad (3)$$

соответствующий заряд на обкладке примет значение

$$Q_1 = S\sigma_0^{(1)} = \frac{\varepsilon_0 US}{h}. \qquad (4)$$



Таким образом, заряд на пластине будет монотонно возрастать от Q_0 до Q_1.

Изменение поверхностной плотности заряда обусловлено током внутри пластины. Плотность этого тока может быть найдена по закону Ома

$$j = \frac{\Delta\sigma'}{\Delta t} = \frac{E}{\rho} = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\rho\varepsilon_0}. \qquad (5)$$

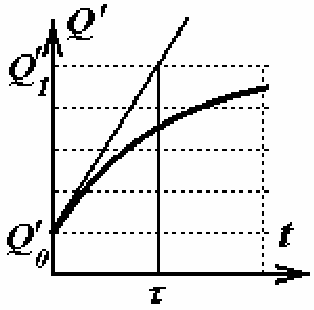
Плотность тока максимальна, когда максимально поле внутри пластины, то есть в начальный момент времени, когда

$$j_{max} = \frac{\Delta\sigma'}{\Delta t} = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\rho\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\rho\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{U}{h\rho(\varepsilon + 1)}, \qquad (6)$$

следовательно, максимальная сила тока

$$\boxed{I_{max} = j_{max}S = \frac{US}{h\rho(\varepsilon + 1)}, \qquad (6)}$$

Строго говоря, время установления равновесия зарядов на пластине и обкладках конденсатора равно бесконечности, так как сила тока в соответствии с формулой (5) монотонно убывает. Однако характерное время зарядки конденсатора τ мы можем получить, считая силу тока постоянной и равной I_{max}. Этот метод получения оценки иллюстрирует следующий рисунок.



Изменение заряда легко подсчитать - в начальный момент времени заряд поверхности пластины

$$Q_0' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} Q_0 = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{\varepsilon_0 US}{h}, \qquad (7)$$

а его конечное значение

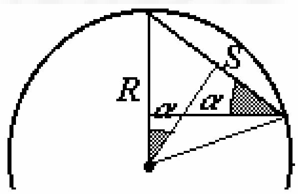
$$Q_1' = Q_0 = \frac{\varepsilon_0 US}{h}. \qquad (8)$$

Итак, оценка характерного времени заряда имеет вид

$$\boxed{\tau = \frac{Q_1' - Q_0'}{I_{max}} = 2\rho\varepsilon_0. \qquad (9)}$$

10.3 Рассмотрим скольжение тела по произвольной прорези, образующей угол α с горизонтом. Ускорение тела, движущегося по наклонной плоскости без трения, определяется известной формулой

$$a = g \sin\alpha. \qquad (1)$$

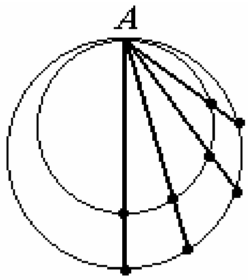


Длину этой прорези также не трудно найти: отмеченные на рисунке углы равны, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами, следовательно, длина прорези равна $S = 2R\sin\alpha$.

Используя закон равноускоренного движения $S = \frac{at^2}{2}$, найдем время движения

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{4R}{g}}, \qquad (2)$$

которое не зависит от угла α, следовательно, одинаково для всех прорезей.



Воспользуемся полученным результатом для решения второй части задачи. Представим, что из точки A одновременно по разным наклонным плоскостям начали скользить малые тела. Согласно ранее доказанному в любой момент времени они будут находиться на