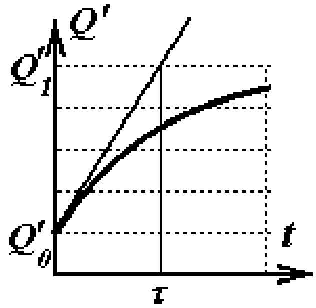
Строго говоря, время установления равновесия зарядов на пластине и обкладках конденсатора равно бесконечности, так как сила тока в соответствии с формулой (5) монотонно убывает. Однако характерное время зарядки конденсатора τ мы можем получить, считая силу тока постоянной и равной I_{max}. Этот метод получения оценки иллюстрирует следующий рисунок.



Изменение заряда легко подсчитать - в начальный момент времени заряд поверхности пластины

$$Q_0' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} Q_0 = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{\varepsilon_0 US}{h}, \qquad (7)$$

а его конечное значение

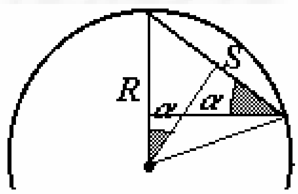
$$Q_1' = Q_0 = \frac{\varepsilon_0 US}{h}. \qquad (8)$$

Итак, оценка характерного времени заряда имеет вид

$$\boxed{\tau = \frac{Q_1' - Q_0'}{I_{max}} = 2\rho\varepsilon_0. \qquad (9)}$$

10.3 Рассмотрим скольжение тела по произвольной прорези, образующей угол α с горизонтом. Ускорение тела, движущегося по наклонной плоскости без трения, определяется известной формулой

$$a = g \sin\alpha. \qquad (1)$$

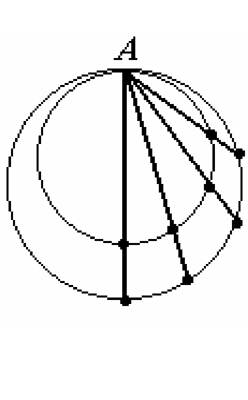


Длину этой прорези также не трудно найти: отмеченные на рисунке углы равны, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами, следовательно, длина прорези равна $S = 2R\sin\alpha$.

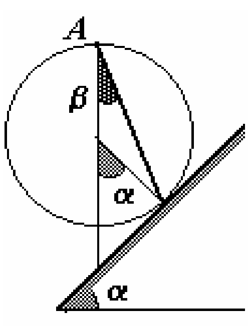
Используя закон равноускоренного движения $S = \frac{at^2}{2}$, найдем время движения

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{4R}{g}}, \qquad (2)$$

которое не зависит от угла α, следовательно, одинаково для всех прорезей.



Воспользуемся полученным результатом для решения второй части задачи. Представим, что из точки $\boldsymbol{A}$ одновременно по разным наклонным плоскостям начали скользить малые тела. Согласно ранее доказанному в любой момент времени они будут находиться на



одной окружности, радиус которой постоянно растет. Тогда первым достигнет наклонной плоскости тот брусок, который находится в точке касания окружности, касательной к плоскости. С помощью рисунка легко доказать, что искомый угол желоба с вертикалью равен половине угла α, то есть $\beta = \frac{\alpha}{2}$.

10.4 Внутренняя энергия газов до их смешивания определяется формулой

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{5}{2}\nu_1 RT_1 = \frac{5}{2}P_1V; \\ U_2 &= \frac{5}{2}\nu_2 RT_2 = \frac{5}{2}P_2V; \end{aligned} \qquad (1)$$

где ν_1, ν_2 - количества молей каждого газов, при выводе соотношений (1) также принято во внимание уравнение состояния идеального газа. После смешивания внутренняя энергия системы не изменяется, причем

$$U = U_1 + U_2 = \frac{5}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT = \frac{5}{2}P \cdot 2V. \qquad (2)$$

Из этих соотношений сразу следует, что конечное давление равно среднему арифметическому исходных давлений

$$\boxed{P = \frac{P_1 + P_2}{2}.} \qquad (4)$$

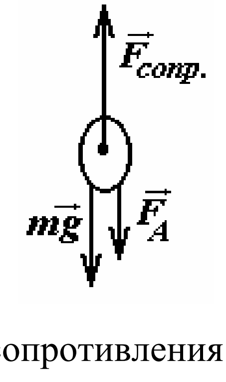
Для расчета конечной температуры необходимо выразить из уравнения состояния количества вещества каждого из газов

$$\nu_1 = \frac{P_1V}{RT_1}; \quad \nu_2 = \frac{P_2V}{RT_2}; \quad \nu_1 + \nu_2 = \frac{P \cdot 2V}{RT} \qquad (5)$$

и подставить их в формулу (2). Тогда, с учетом (4), получаем следующий результат

$$\boxed{T = \frac{P_1 + P_2}{\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2}}.} \qquad (6)$$

10.5 При подъеме шара, на него действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, подъемная сила Архимеда $\vec{F}_A$, сила сопротивления $\vec{F}_{сопр.} = -\beta\vec{v}$, пропорциональная скорости подъема. Следовательно, уравнение второго закона Ньютона для шара будет иметь вид



$$ma = F_A - mg - \beta v. \qquad (1)$$

Так как шар движется в воздухе достаточно медленно, то можно считать, что в любой момент времени сила сопротивления