одной окружности, радиус которой постоянно растет. Тогда первым достигнет наклонной плоскости тот брусок, который находится в точке касания окружности, касательной к плоскости. С помощью рисунка легко доказать, что искомый угол желоба с вертикалью равен половине угла α, то есть $\beta = \dfrac{\alpha}{2}$.

10.4 Внутренняя энергия газов до их смешивания определяется формулой

$$U_1 = \frac{5}{2}\nu_1 RT_1 = \frac{5}{2}P_1V; \qquad U_2 = \frac{5}{2}\nu_2 RT_2 = \frac{5}{2}P_2V; \qquad (1)$$

где ν_1, ν_2 - количества молей каждого газов, при выводе соотношений (1) также принято во внимание уравнение состояния идеального газа. После смешивания внутренняя энергия системы не изменяется, причем

$$U = U_1 + U_2 = \frac{5}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT = \frac{5}{2}P \cdot 2V. \qquad (2)$$

Из этих соотношений сразу следует, что конечное давление равно среднему арифметическому исходных давлений

$$\boxed{P = \frac{P_1 + P_2}{2}.} \qquad (4)$$

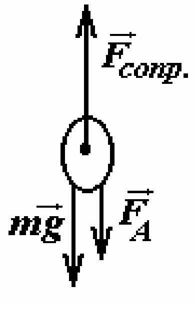
Для расчета конечной температуры необходимо выразить из уравнения состояния количества вещества каждого из газов

$$\nu_1 = \frac{P_1V}{RT_1}; \quad \nu_2 = \frac{P_2V}{RT_2}; \quad \nu_1 + \nu_2 = \frac{P \cdot 2V}{RT} \qquad (5)$$

и подставить их в формулу (2). Тогда, с учетом (4), получаем следующий результат

$$\boxed{T = \frac{P_1 + P_2}{\dfrac{P_1}{T_1} + \dfrac{P_2}{T_2}}.} \qquad (6)$$

10.5 При подъеме шара, на него действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, подъемная сила Архимеда $\vec{F}_A$, сила сопротивления $\vec{F}_{сопр.} = -\beta\vec{v}$, пропорциональная скорости подъема. Следовательно, уравнение второго закона Ньютона для шара будет иметь вид



$$ma = F_A - mg - \beta v. \qquad (1)$$

Так как шар движется в воздухе достаточно медленно, то можно считать, что в любой момент времени сила сопротивления уравновешивает разность сил Архимеда и тяжести. Иными словами, можно пренебречь инерционными эффектами и положить $ma = 0$. Тогда из уравнения (1) получим выражение для скорости подъема

$$\beta v = F_A - mg. \qquad (2)$$

Подъемная сила вычисляется по формуле

$$F_A = Vg(\rho_0 - \rho), \qquad (3)$$

где ρ_0, ρ - плотности холодного (наружного) и теплого (внутри шара) воздуха. Эти плотности можно выразить из уравнения состояния идеального газа $PV = \frac{m}{M}RT$:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}. \qquad (4)$$

Используя формулы (3)-(4), получаем выражение для скорости подъема

$$\beta v = Vg\frac{PM}{R}\left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T}\right) - mg. \qquad (5)$$

Неизвестный коэффициент β можно получить из аналогичной формулы для начальной скорости. Таким образом, окончательное выражение для скорости подъема принимает «несколько угрожающий» вид

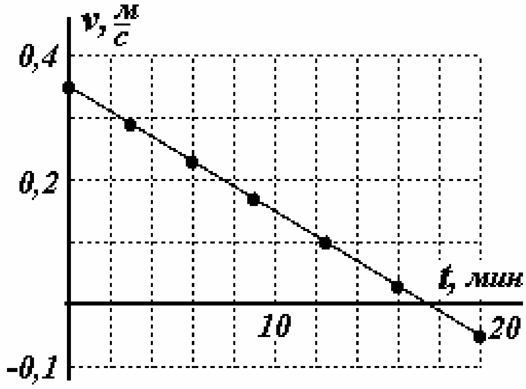
$$\boxed{v = \frac{Vg\frac{PM}{R}\left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T}\right) - mg}{Vg\frac{PM}{R}\left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_0}\right) - mg}. \qquad (6)}$$

По этой формуле с помощью приведенного в условии графика зависимости температуры от времени можно построить зависимость скорости подъема от времени. Для ускорения последующих расчетов в формуле (6) необходимо провести промежуточные вычисления (приведя все величины в систему СИ) и привести ее к виду, пригодному для расчетов

$$v = 2{,}305 - \frac{690}{273 + t^\circ}, \qquad (7)$$

где t° - температура внутри шара, измеренная по шкале Цельсия. Результаты расчетов приведены в таблице и на графике.

$\tau, мин$	$t°C$	$v, \frac{м}{с}$
0	80	0,39
3	70	0,29
6	60	0,23
9	50	0,17
12,5	40	0,10
16	30	0,03
20	20	-0,05



Таким образом, мы получили, что скорость подъема убывает по линейному закону. Время подъема составляет примерно $\tau \approx 18 мин$. Следовательно, высота подъема $H = \frac{v_0 \tau}{2} \approx 190 м$.

11 класс.

11.1 Понятно, что после удара шарик подпрыгнет выше первоначального уровня, если после удара модуль его скорости станет больше. В свою очередь это произойдет в том случае, когда в момент удара платформа движется вверх, навстречу шарику. Так как время бросания произвольно, то, казалось бы, момент попадания шарика на платформу так же произволен, поэтому приблизительно половина шариков получит приращение скорости, а вторая половина свою скорость уменьшит. Однако рассмотрим повнимательнее кинематические законы движения шариков и платформы. Пусть закон движения платформы описывается функцией

$$x_0 = a \cos \omega t . \qquad (1)$$

Так как амплитуда колебаний в сто раз меньше высоты падения шарика, можно пренебречь изменением скорости шарика, когда он движется в пределах амплитуды колебания, поэтому его закон движения можно описать линейной функцией

$$x = b - v_0 t , \qquad (2)$$

где $v_0 = \sqrt{2gh}$ - скорость движения шарика, b - некоторая константа, зависящая от момента бросания шарика (ее следует считать некоторой случайной величиной). Ясно, что для решения задачи достаточно рассмотреть один период колебания платформы.