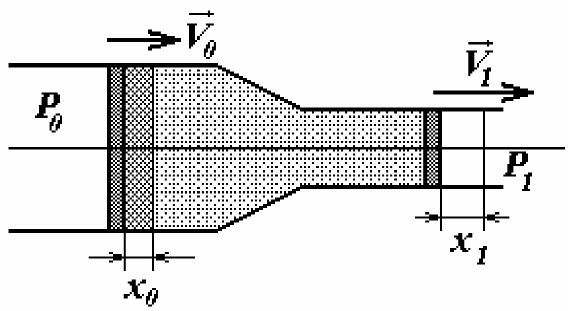
Белорусская
республиканская физическая олимпиада
Барановичи, 2001 год

Решения задач.

9 класс.



9.1. Пусть один поршень, двигаясь с постоянной скоростью V_0, сместился на малое расстояние x_0, тогда второй, двигаясь со скоростью V_1, сместился на расстояние x_1, причем из условия несжимаемости жидкости следует

$$x_0 S_0 = x_1 S_1, \qquad (1)$$
$$V_0 S_0 = V_1 S_1, \qquad (2)$$

где S_0, S_1 - площади поршней. Газ, находящийся слева, при этом совершит работу $P_0 S_0 x_0$, которая расходуется на работу второго поршня $P_1 S_1 x_1$ и увеличение кинетической энергии жидкости. Действительно, часть жидкости объемом $S_0 x_0$ увеличила скорость от V_0 до V_1. Таким образом, уравнение баланса энергий имеет вид

$$P_0 S_0 x_0 = P_1 S_1 x_1 + \frac{1}{2}\rho S_0 x_0 \left(V_1^2 - V_0^2\right). \qquad (3)$$

Решая систему уравнений (1)-(3), получаем

$$\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2\left(P_0 - P_1\right)}{\left(\frac{r_0^4}{r_1^4} - 1\right)}}; \qquad V_1 = \sqrt{\frac{2\left(P_0 - P_1\right)}{\left(1 - \frac{r_1^4}{r_0^4}\right)}}; \qquad (4)}$$

при выводе учтено, что $\frac{S_0^2}{S_1^2} = \frac{r_0^4}{r_1^4}$.

Заметим, что соотношение (3) является фактически уравнением Бернулли.

9.2. Найдем тепловую мощность P плиты из уравнения теплового баланса

$$P\tau_0 = c\rho V_0(t_1 - t_0), \qquad (1)$$

$$P = \frac{c\rho V_0(t_1 - t_0)}{\tau_0}, \qquad (2)$$

где ρ и c - плотность и удельная теплоемкость воды, соответственно.

На этом этапе нагревания температура будет возрастать прямо пропорционально времени. Через время τ после начала подливания, в кастрюле будет находиться

$$V = V_0 + \nu\tau \qquad (3)$$

литров воды. Всего за время нагревания вода получит от нагревателя количество теплоты, которое определяется формулой

$$Q = P(\tau_0 + \tau). \qquad (4)$$

Уравнение теплового баланса (за все время нагревания) будет иметь вид

$$P(\tau_0 + \tau) = c\rho(V_0 + \nu\tau)(t - t_0), \qquad (5)$$

где t - температура воды в момент времени τ. Подставляя выражение (2) для мощности нагревателя, получаем искомую функцию зависимости температуры от времени

$$\boxed{t = t_0 + (t_1 - t_0)\frac{\left(1 + \dfrac{\tau}{\tau_0}\right)}{\left(1 + \dfrac{\nu\tau}{V_0}\right)}\,. \qquad (6)}$$

Эта функция является монотонной, стремящейся к предельному значению (при $\tau >> \tau_0$)

$$t^* = t_0 + (t_1 - t_0)\frac{V_0}{\nu\tau_0}, \qquad (7)$$

которое при заданных численных значениях параметров равно $t^* = 135°$. Это значение превышает температуру кипения, поэтому увеличение температуры прекратится при достижении температуры кипения $t_{кип} = 100°$. Можно найти момент времени, когда начнется кипение, для этого в уравнении (6) необходимо