Заметим, что соотношение (3) является фактически уравнением Бернулли.

9.2. Найдем тепловую мощность P плиты из уравнения теплового баланса

$$P\tau_0 = c\rho V_0\left(t_1 - t_0\right), \qquad (1)$$

$$P = \frac{c\rho V_0\left(t_1 - t_0\right)}{\tau_0}, \qquad (2)$$

где ρ и c - плотность и удельная теплоемкость воды, соответственно.

На этом этапе нагревания температура будет возрастать прямо пропорционально времени. Через время τ после начала подливания, в кастрюле будет находиться

$$V = V_0 + \nu\tau \qquad (3)$$

литров воды. Всего за время нагревания вода получит от нагревателя количество теплоты, которое определяется формулой

$$Q = P\left(\tau_0 + \tau\right). \qquad (4)$$

Уравнение теплового баланса (за все время нагревания) будет иметь вид

$$P\left(\tau_0 + \tau\right) = c\rho\left(V_0 + \nu\tau\right)\left(t - t_0\right), \qquad (5)$$

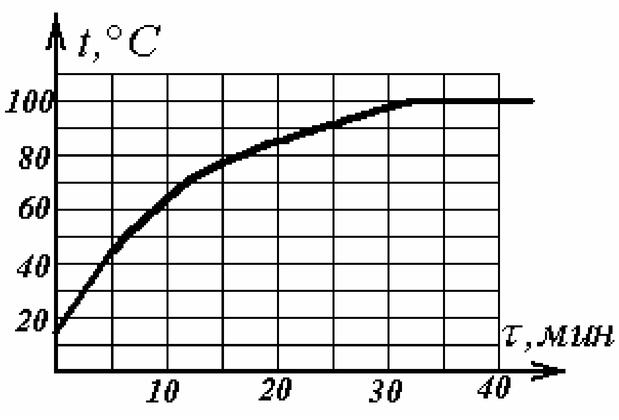
где t - температура воды в момент времени τ. Подставляя выражение (2) для мощности нагревателя, получаем искомую функцию зависимости температуры от времени

$$\boxed{t = t_0 + \left(t_1 - t_0\right)\frac{\left(1 + \dfrac{\tau}{\tau_0}\right)}{\left(1 + \dfrac{\nu\tau}{V_0}\right)}. \qquad (6)}$$

Эта функция является монотонной, стремящейся к предельному значению (при $\tau >> \tau_0$)

$$t^* = t_0 + \left(t_1 - t_0\right)\frac{V_0}{\nu\tau_0}, \qquad (7)$$

которое при заданных численных значениях параметров равно $t^* = 135°$. Это значение превышает температуру кипения, поэтому увеличение температуры прекратится при достижении температуры кипения $t_{кип} = 100°$. Можно найти момент времени, когда начнется кипение, для этого в уравнении (6) необходимо



положить $t = t_{кип} = 100°$ и найти соответствующее значение времени $\tau \approx 28 мин$.

График полученной зависимости показан на рисунке. Значение скорости наливания v_1, при котором температура воды в кастрюле будет оставаться постоянной можно найти из формулы (6), в котором второе слагаемое должно не зависеть от времени τ. Это возможно, только при $\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{v\tau}{V_0}$. То есть, при $v = \frac{V_0}{\tau_0} = 0{,}4 \frac{л}{мин}$.

Заметим, что это же значение можно получить из уравнения теплового баланса $c\rho v_1 \left(t_1 - t_0\right) = P$.

9.3. Показания вольтметров различны, так как они обладают собственным сопротивлением, которое мы обозначим R_V, которое сравнимо с сопротивлением резисторов. Принимая во внимание законы последовательного и параллельного соединения, можем записать:

сила тока в каждой ветви цепи

$$I_k = \frac{U_0}{R_k + R_V}; \qquad (1)$$

напряжение на $k-$том вольтметре

$$U_k = I_k R_V = \frac{U_0 R_V}{R_k + R_V}, \qquad (2)$$

где U_0 - напряжение на каждой ветви.

Зная сопротивления резисторов и значения напряжений на двух вольтметрах, из уравнений (2) можно найти сопротивление вольтметра

$$R_V = \frac{U_1 R_1 - U_2 R_2}{U_1 - U_2} \qquad (3)$$

и напряжение на третьем вольтметре

$$\boxed{U_3 = \frac{U_1 U_2 \left(R_1 - R_2\right)}{U_1\left(R_3 - R_1\right) - U_2\left(R_3 - R_2\right)} \qquad (4)}$$

9.4 Из кинематических законов равноускоренного движения можно записать следующие уравнения