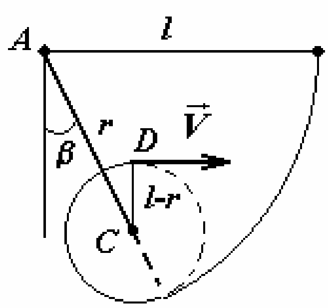
$$a_2 = a_n = R\Omega^2 = R\omega^2\varphi_0^2 . \qquad (3)$$

Приравнивая модули ускорений a_1, a_2 находим, что требуемое условие будет выполняться для произвольной точки диска при единичной угловой амплитуде колебаний $\varphi_0 = 1 рад \approx 57°$.



10.2 Будем задавать расположение гвоздя C с помощью полярных координат: r - расстояния от него до точки подвеса A и β - угла между вертикалью и отрезком AC. Траектория шарика состоит из дуги окружности радиуса l (до касания нити о гвоздь) и соприкасающейся окружности радиуса $l - r$ (после того, как нить начала наматываться на гвоздь). Чтобы шарик сделал полный оборот вокруг гвоздя, необходимо согласно 2 закону Ньютона, что бы в верхней точке окружности выполнялось условие

$$\frac{mv^2}{l - r} \geq mg . \qquad (1)$$

Так как шарик сохраняет свою механическую энергию, то его скорость в этой точке можно найти из равенства

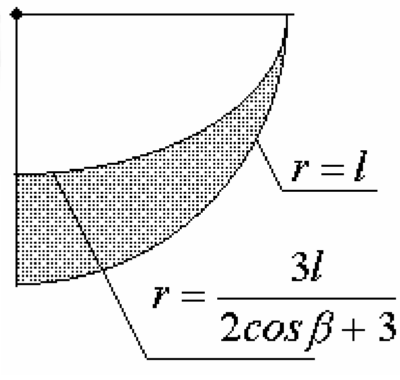
$$\frac{mv^2}{2} = mg\left(r\cos\beta - l + r\right), \qquad (2)$$

где $\left(r\cos\beta - l + r\right)$ изменение высоты шарика. Объединяя (1) и (2), получим неравенство

$$\frac{2mg\left(r\cos\beta - l + r\right)}{l - r} \geq mg \qquad (3)$$

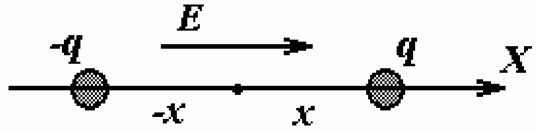
и преобразуем его к виду

$$r \geq \frac{3l}{2\cos\beta + 3} . \qquad (4)$$



Линия ограничивающая эту область является дугой эллипса. Кроме того, понятно, что $r < l$ (граница этой области - окружность). Область, точки которой удовлетворяют условию задачи, показана на рисунке.

10.3 Под действием внешнего электрического поля шарики преобретут электрические заряды, которые будут изменяться по мере изменения расстояния между шариками. Взаимодействие этих зарядов с электрическим полем приведет к появлению сил, которые и будут разгонять шарики. Введем ось X, как показано на рисунке и



найдем зависимость величины зарядов шариков от их координат. Понятно, что шарики будут двигаться симметрично, а их заряды будут равны по модулю и противоположны по знаку.
Заряды шариков найдем из условия равенства их потенциалов

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} - Ex = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + Ex\,. \qquad (1)$$

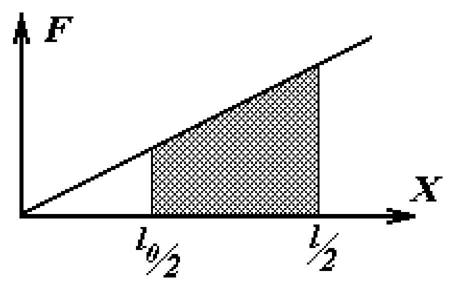
В этом соотношении учтено, что радиусы шариков малы, поэтому взаимновлияние зарядов шариков друг на друга пренебрежимо мало.
Из соотношения (1) следует, что

$$q = 4\pi\varepsilon_0 aEx\,. \qquad (2)$$

Сила, действующая на каждый шарик, пропорциональна их координате и равна

$$F = qE = 4\pi\varepsilon_0 aE^2 x\,. \qquad (3)$$

Из полученного соотношения следует, что скорости шариков будут максимальны, когда они разъедутся на максимальное расстояние. Работа силы, действующей на шарик, равна его кинетической энергии: $A = \frac{mv^2}{2}$. Ее можно подсчитать графически, как площадь под графиком зависимости силы от координаты шарика.



Простой подсчет приводит к следующему результату

$$v = \sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 aE^2\left(l^2 - l_0^2\right)}{m}}\,.$$

10.4 Вращение заряженного цилиндра эквивалентно существованию кругового электрического тока. Как известно, индукция магнитного поля внутри соленоида рассчитывается по формуле

$$B = \mu_0 nI\,, \qquad (1)$$

где n - плотность намотки, I - сила тока через обмотку. Произведение nI можно рассматривать как поверхностную плотность тока - заряд, протекающий в единицу времени через единицу длины боковой поверхности цилиндра. При вращении равномерно заряженного цилиндра поверхностная плотность тока может быть представлена в виде $\sigma v = \sigma R\omega$, где ω - угловая скорость вращения цилиндра.