Следовательно, в соответствии с формулой (1) индукция магнитного плоя внутри вращающегося заряженного цилиндра определяется выражением

$$B = \mu_0 \sigma R \omega \ . \qquad (2)$$

При изменении скорости вращения (что неизбежно во время раскручивании) изменяется величина индукции поля, что в следствие явления электромагнитной индукции приводит к возникновению вихревого электрического поля. По закону Фарадея скорость изменения магнитного потока равна ЭДС индукции возникающего в контуре. Принимая во внимание осевую симметрию задачи и считая магнитное поле однородным, этот закон можно выразить в виде уравнения

$$2\pi r E = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\pi r^2 \mu_0 \sigma R \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \ , \qquad (3)$$

из которого следует выражение для напряженности вихревого электрического поля

$$E = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{r \mu_0 \sigma R}{2} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Это поле действует на заря кольца, приводя к появлению момента сил, раскручивающего кольца. Корректное рассмотрение сил, действующих на отдельные малые элементы кольца, приводит к следующему выражению для изменения его угловой скорости

$$mr \frac{\Delta \omega_1}{\Delta t} = qE \ . \qquad (5)$$

Подставим выражение для напряженности вихревого поля (4) в уравнение (5), получим

$$\frac{\Delta \omega_1}{\Delta t} = -\frac{\mu_0 \sigma R q}{2m} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \qquad (6)$$

Как следует из этого уравнения угловые ускорения цилиндра и кольца пропорциональны, следовательно (с учетом нулевых начальных условий), пропорцинальны и угловые скорости вращения цилиндра и кольца, то есть

$$\omega_1 = -\frac{\mu_0 \sigma R q}{2m} \omega_0. \qquad (7)$$

Знак минус в полученном выражении указывает, что при одноименных зарядах кольца и цилиндра, кольцо будет вращаться в сторону, противоположную вращению цилиндра, в полном соответствии с правилом Ленца.

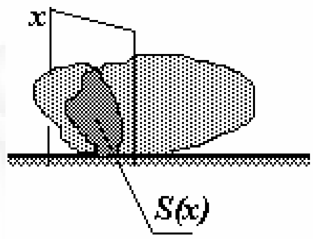
10.5 Возникновение силы, действующей на тела со стороны волны, обусловлено разностью давлений с противоположных сторон тела.

Поэтому эта сила действует только во время прохождения фронтов (как переднего, так и заднего) ударной волны.

5.1 Для определения скорости льдины после прохождения переднего фронта найдем, воспользовавшись 2 законом Ньютона в известной формулировке: изменение импульса тела равно импульсу силы -

$$m\Delta v = \sum F_i \Delta t_i \,. \qquad (1)$$

В этой записи учтено, что действующая сила переменна, кроме того мы пренебрегаем смещением льдины за время прохождения переднего фронта ударной волны. Пусть координата переднего фронта волны равна x и площадь поперечного сечения льдины в этой плоскости равна $S(x)$. Тогда сила давления волны на льдину в этот момент времени будет равна $F = \Delta P S(x)$. Величина интервала



времени прохождения участка длиной Δx_i выразим с помощью очевидного соотношения $\Delta t_i = \dfrac{\Delta x_i}{c}$. Тогда импульс силы представляется в виде

$$m\Delta v = \sum F_i \Delta t_i = \sum_i \Delta P S(x_i)\frac{\Delta x_i}{c} = \frac{\Delta P}{c}\sum_i S(x_i)\Delta x_i \,.$$

Стоящее под знаком суммы выражение является объемом тела, поэтому изменение скорости тела при прохождении фронта волны описывается формулой

$$\Delta v = \frac{\Delta P}{c\rho}. \qquad (2)$$

Здесь мы пренебрегаем импульсом силы трения из-за малости последней, по сравнению с силами давления. Так как до прихода волны льдина покоилась, то после прохождения переднего фронта она будет иметь скорость $v_0 = \dfrac{\Delta P}{c\rho} \approx 1{,}85\dfrac{м}{с}$. Заметим, что эта скорость много меньше скорости волны, что будет использовано в дальнейшем.

5.2 При скольжении по льду, глыба льда будет двигаться с ускорением, возникающем из-за действия силы трения $a = -\mu g$. Определим, успеет ли льдина остановится до прихода заднего фронта волны. За время прохождения волны $\tau = \dfrac{L}{c} = 1{,}0 с$, скорость льдины уменьшится до $v_1 = v_0 - \mu g \tau \approx 1{,}65\dfrac{м}{с}$, то есть к приходу заднего фронта льдина будет двигаться и доэтого момента пройдет путь

$$S_1 = v_0\tau - \frac{\mu g \tau^2}{2} \approx 1{,}75м \ . \qquad (3)$$

Это и будет максимальным смещением льдины.

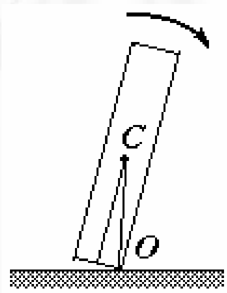
5.3 После прохождения заднего фронта волны льдина получит импульс в противоположном направлении, при этом ее скорость изменится на величину, определяемую формулой (2). Следовательно ее скорость станет равной

$$v_2 = v_1 - \Delta v = v_0 - \mu g \tau - \Delta v = -\mu g \tau \ . \qquad (4)$$

При такой начальной скорости льдина пройдет до остановки путь

$$S_2 = \frac{v_2^2}{2\mu g} = \frac{\mu g \tau^2}{2} \approx 0{,}10м.$$

Таким образом, льдина окажется смещенной на величину $S_1 - S_2 \approx 1{,}65м$.



5.4 Падение стены является вращением вокруг оси O, проходящей через нижнее ребро блока, поэтому в дальнейшем все моменты сил будем рассчитывать относительно этой оси.

Сила, давления ударной волны на блок, равная

$$F = \Delta PS = \Delta Plh \qquad (1)$$

(S- площадь стены, l- ее длина), действует в течении промежутка времени $\tau = \frac{a}{c} \approx 10^{-3} c$.

Прежде всего, момент силы давления на блок $M_1 = F\frac{h}{2} = \Delta Pl\frac{h^2}{2}$, должен превысить момент силы тяжести $M_2 = mg\frac{a}{2} = \rho glh\frac{a^2}{2}$, что будет выполняться при

$$h > \frac{\rho g a^2}{\Delta P} \approx 5 \cdot 10^{-3} м.$$

Далее необходимо учесть, что сила давления действует в течении очень малого промежутка времени, поэтому необходимо рассмотреть и другие необходимые условия опрокидывания. Так энергии полученной блок должно хватить, чтобы «поставить блок на ребро», то есть поднять центр тяжести блока над ось вращения.

Для строгого расчета необходимо использовать уравнения динамики вращательного движения. Для проведения оценок будем считать, что вся масса блока сосредоточена в его центре масс.

Скорость центра масс можно оценить из уравнеия 2 закона Ньютона (полагая, что за время τ можно пренебречь смещением блока),

$$F\tau = mV_c \quad \Rightarrow V_c = \frac{\Delta P}{\rho c}. \qquad (2)$$

Кинетическая энергия, преобретенная блоком, должна быть равна изменению потенциальной энергии при подъеме блока «на ребро». При этом изменение высоты центра масс рассчитывается по формуле

$$\Delta h_c = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{h}{2} \approx \frac{a^2}{4h}, \qquad (3)$$

здесь использованно предположение о малости ширины блока, по сравнению с его высотой.

Итак, энергетическое условие опрокидывания имеет вид

$$\frac{mV_c^2}{2} > mg\Delta h_c \quad \Rightarrow h > 2g\left(\frac{\rho c a}{\Delta p}\right)^2 \approx 6м.$$

Полученное значение оправдывает сделанное при выводе предположение о малости ширины блока, по сравнению с его высотой.

11 класс.

11.1 Трюк не удастся, если стакан упадет со стола. Для успеха необходимо, чтобы за время движения платка стакан не успел достичь края стола. Платок движется с постоянной скоростью v_0, следовательно время его движения $t = \dfrac{l}{v_0}$. Стакан движется под действием силы трения, поэтому если скорость стакана меньше скорости платка, то он будет двигаться с постоянным ускорением $a = \mu g$. Чтобы он не достиг края стола должно выполняться условие

$$\frac{at^2}{2} = \frac{\mu g l^2}{2v_0^2} < x, \qquad (1)$$

из которого следует

$$v_0 > \sqrt{\frac{\mu g l^2}{2x}}. \qquad (2)$$

Кроме того, стакан за время движения не должен достичь скорости платка - в противном случае он будет двигаться с постоянной скоростью и упадет со стола. Обозначим t_1 - время, за