Скорость центра масс можно оценить из уравнеия 2 закона Ньютона (полагая, что за время τ можно пренебречь смещением блока),

$$F\tau = mV_c \quad \Rightarrow V_c = \frac{\Delta P}{\rho c}. \qquad (2)$$

Кинетическая энергия, преобретенная блоком, должна быть равна изменению потенциальной энергии при подъеме блока «на ребро». При этом изменение высоты центра масс рассчитывается по формуле

$$\Delta h_c = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{h}{2} \approx \frac{a^2}{4h}, \qquad (3)$$

здесь использованно предположение о малости ширины блока, по сравнению с его высотой.

Итак, энергетическое условие опрокидывания имеет вид

$$\frac{mV_c^2}{2} > mg\Delta h_c \quad \Rightarrow h > 2g\left(\frac{\rho c a}{\Delta p}\right)^2 \approx 6м.$$

Полученное значение оправдывает сделанное при выводе предположение о малости ширины блока, по сравнению с его высотой.

11 класс.

11.1 Трюк не удастся, если стакан упадет со стола. Для успеха необходимо, чтобы за время движения платка стакан не успел достичь края стола. Платок движется с постоянной скоростью v_0, следовательно время его движения $t = \dfrac{l}{v_0}$. Стакан движется под действием силы трения, поэтому если скорость стакана меньше скорости платка, то он будет двигаться с постоянным ускорением $a = \mu g$. Чтобы он не достиг края стола должно выполняться условие

$$\frac{at^2}{2} = \frac{\mu g l^2}{2v_0^2} < x, \qquad (1)$$

из которого следует

$$v_0 > \sqrt{\frac{\mu g l^2}{2x}}. \qquad (2)$$

Кроме того, стакан за время движения не должен достичь скорости платка - в противном случае он будет двигаться с постоянной скоростью и упадет со стола. Обозначим t_1 - время, за которое стакан достигнет скорости платка. Это время легко определить из закона равноускоренного движения стакана

$$at_1 = \mu g t_1 = v_0; \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_0}{\mu g}. \qquad (3)$$

За это время стакан должен успеть соскочить с платка, что произойдет, если разность смещений платка и стакана будет меньше длины части платка за стаканом

$$v_0 t_1 - \frac{\mu g t_1^2}{2} < l - x. \qquad (4)$$

Из соотношений (3)-(4) находим еще одно условие, налагаемое на скорость платка:

$$v_0 > \sqrt{2\mu g(l - x)}. \qquad (5)$$

Так как одновременно должны выполняться неравенства (2) и (5), следует выбрать большую из скоростей, задаваемых этими неравенствами. Определим при каких значениях x следует выбрать неравенство (2), для чего рассмотрим неравенство

$$\sqrt{\frac{\mu g l^2}{2x}} > \sqrt{2\mu g(l - x)}.$$

Путем очевидной цепочки преобразований эта неравенство приводится к виду

$$l^2 - 4lx + 4x^2 = (l - 2x)^2 \geq 0.$$

Из которого следует, что при выполнении неравенства (2) будет выполняться и неравенство (4). Таким образом окончательный ответ задачи: скорость платка должна удовлетворять неравенству (2).

11.2 Давление газа, находящегося между жидкостью и поршнем, пропорционально массе последнего $P = \frac{mg}{S}$, где S - площадь поперечного сечения сосуда. По закону Генри, количество углекислого газа, расстворенного в воде, пропорцинально этому давлению $\nu_s = \alpha V P$ (где V - объем жидкости в сосуде), следовательно, количество газа между поршнем и жидкостью зависит от давления по закону $\nu = \nu_0 - \alpha V P$, где ν_0 - общее количество углекислого газа в сосуде. Записывая уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в свободном состоянии

$$\frac{mg}{S} hS = \left(\nu_0 - \alpha V \frac{mg}{S}\right) RT, \qquad (1)$$

видим, что масса поршня и высота столба газа связаны соотношением