которое стакан достигнет скорости платка. Это время легко определить из закона равноускоренного движения стакана

$$at_1 = \mu g t_1 = v_0; \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_0}{\mu g}. \qquad (3)$$

За это время стакан должен успеть соскочить с платка, что произойдет, если разность смещений платка и стакана будет меньше длины части платка за стаканом

$$v_0 t_1 - \frac{\mu g t_1^2}{2} < l - x. \qquad (4)$$

Из соотношений (3)-(4) находим еще одно условие, налагаемое на скорость платка:

$$v_0 > \sqrt{2\mu g(l - x)}. \qquad (5)$$

Так как одновременно должны выполняться неравенства (2) и (5), следует выбрать большую из скоростей, задаваемых этими неравенствами. Определим при каких значениях x следует выбрать неравенство (2), для чего рассмотрим неравенство

$$\sqrt{\frac{\mu g l^2}{2x}} > \sqrt{2\mu g(l - x)}.$$

Путем очевидной цепочки преобразований эта неравенство приводится к виду

$$l^2 - 4lx + 4x^2 = (l - 2x)^2 \geq 0.$$

Из которого следует, что при выполнении неравенства (2) будет выполняться и неравенство (4). Таким образом окончательный ответ задачи: скорость платка должна удовлетворять неравенству (2).

11.2 Давление газа, находящегося между жидкостью и поршнем, пропорционально массе последнего $P = \frac{mg}{S}$, где S - площадь поперечного сечения сосуда. По закону Генри, количество углекислого газа, расстворенного в воде, пропорцинально этому давлению $\nu_s = \alpha V P$ (где V - объем жидкости в сосуде), следовательно, количество газа между поршнем и жидкостью зависит от давления по закону $\nu = \nu_0 - \alpha V P$, где ν_0 - общее количество углекислого газа в сосуде. Записывая уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в свободном состоянии

$$\frac{mg}{S} hS = \left(\nu_0 - \alpha V \frac{mg}{S}\right) RT, \qquad (1)$$

видим, что масса поршня и высота столба газа связаны соотношением

$$mh = a - bm, \qquad (2)$$

где a, b - некотрые постоянные величины, которые легко выразить через заданные в условии данные

$$\begin{cases} m_0 h_0 = a - bm_0 \\ m_1 h_1 = a - bm_1 \end{cases}; \quad \Rightarrow a = \frac{m_1 m_0}{m_1 - m_0}\left(h_0 - h_1\right); \quad b = \frac{m_0 h_0 - m_1 h_1}{m_1 - m_0}.$$

Поршень достигнет жидкости (весь газ расстворится в воде), при массе поршня

$$m = \frac{a}{b} = \frac{m_1 m_0\left(h_0 - h_1\right)}{m_0 h_0 - m_1 h_1}. \qquad (3)$$

3. Представим сигнал в виде суммы трех гармонических составляющих

$$E = E_0 \cos\omega_0 t(1 + a\cos\omega_1 t) = \\ = E_0 \cos\omega_0 t + \frac{aE_0}{2}\cos\left(\omega_0 - \omega_1\right)t + \frac{aE_0}{2}\cos\left(\omega_0 + \omega_1\right)t \cdot \qquad (1)$$

Распространение монохроматической волны в пространстве вдоль оси x описывается функцией

$$E\left(t, x\right) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x\right), \qquad (2)$$

где c - скорость распространения волны с частотой ω. Применим эту формулу к сигналу (1), учитывая формулу для скорости распространения волн

$$E\left(t, x\right) = E_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{\omega_0}{c_0}x\right)\omega_0 t + \\ + \frac{aE_0}{2}\cos\left(\left(\omega_0 - \omega_1\right)t - \frac{\left(\omega_0 - \omega_1\right)x}{c_0 + \gamma\omega_1}\right) + \frac{aE_0}{2}\cos\left(\left(\omega_0 + \omega_1\right)t - \frac{\left(\omega_0 + \omega_1\right)x}{c_0 - \gamma\omega_1}\right)$$

Далее упростим это выражение, используя малость величин $\frac{\omega_1}{\omega_0}, \frac{\gamma\omega_1}{c_0} << 1$. Тогда

$$\frac{\left(\omega_0 - \omega_1\right)x}{c_0 + \gamma\omega_1} = \frac{x\omega_0}{c_0} \cdot \frac{1 - \frac{\omega_1}{\omega_0}}{1 + \gamma\frac{\omega_1}{c_0}} \approx \frac{x\omega_0}{c_0}\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_0} - \gamma\frac{\omega_1}{c_0}\right);$$

$$\frac{\left(\omega_0 + \omega_1\right)x}{c_0 - \gamma\omega_1} \approx \frac{x\omega_0}{c_0}\left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_0} + \gamma\frac{\omega_1}{c_0}\right);$$

Воспользуемся теперь обратным преобразованием от суммы косинусов к их произведению